

**ÍNDICE DE EJERCICIOS**

---

<b>UNIDAD</b>	<b>PÁG.</b>
Unidad 1. Números reales.	1
Unidad 2. Potencias y raíces.	4
Unidad 3. Polinomios.	9
Unidad 4. Fracciones algebraicas.	14
Unidad 5. Ecuaciones de primer y segundo grado.	16
Unidad 6. Ecuaciones bicuadradas. Ecuaciones racionales. Ecuaciones radicales.	19
Unidad 7. Sistema de ecuaciones	21
Unidad 8. Sistemas de ecuaciones no lineales.	24
Unidad 9. Inecuaciones de primer y segundo grado. Sistemas de inecuaciones.	25
Unidad 10. Trigonometría 1. Razones Trigonómicas.	30
Unidad 11. Trigonometría 2. Problemas métricos.	33
Unidad 12. Funciones polinómicas.	38
Unidad 13. Funciones de proporcionalidad inversa. Funciones racionales.	45
Unidad 14. Funciones exponenciales y logarítmicas.	46
Unidad 15. Estadística. (A)	49
Unidad 16. Técnicas de recuento. (A)	52
Unidad 17. Probabilidad. (A)	56

## UNIDAD 1. NÚMEROS RACIONALES

Ejercicio 1. Realiza las siguientes operaciones simplificando el resultado:

1.  $\left(\frac{5}{2} + \frac{7}{2}\right)\left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)$

2.  $\left(\frac{2}{4} - 2\right)\left(1 + \frac{3}{4} - \frac{9}{8}\right)$

3.  $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{2}\right)$

4.  $-\frac{5}{3} : \left(1 + \frac{1}{4}\right) - 2$

5.  $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 1\right) : \frac{1}{3} - 4$

6.  $\left(\frac{1}{5} + \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right)$

7.  $\left(\frac{7}{2} - \frac{2}{9} \cdot \frac{9}{4}\right) \cdot \frac{1}{6} : 3$

8.  $\left(\frac{1}{2} : \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{2} + 9 \cdot \frac{1}{3}\right)$

9.  $\left(\left(\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\right) : \frac{7}{5}$

10.  $\frac{5}{6} - \left(\frac{1}{2} - \left(\frac{4}{3} + \frac{5}{6}\right)\right)$

11.  $\left(\frac{5}{2} - \frac{2}{3}\right) \cdot 6$

12.  $\frac{8}{7} \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right)$

13.  $\frac{6}{11} \cdot \left(-\frac{5}{6} + \frac{4}{9}\right)$

14.  $\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right)\left(2 - \frac{4}{7}\right)$

15.  $\left[\left(-\frac{4}{15}\right) \cdot \frac{5}{8}\right] : \left(-\frac{1}{6}\right)$

16.  $\left(2 + \frac{1}{3}\right) - \left(1 + \frac{1}{16}\right)$

17.  $\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{16}\right)$

**METODOLOGÍA DE OPERACIONES COMBINADAS CON  
FRACCIONES:**

1º. Eliminamos los paréntesis y corchetes, del centro hacia los extremos.

2º. Resolvemos las potencias y raíces.

3º. Resolvemos las multiplicaciones y divisiones

4º. Resolvemos las sumas y las restas.

5º. Finalmente se reduce la fracción, si se puede.

18.  $\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{16}\right)$
19.  $\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6} : \frac{7}{4}$
20.  $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} - \frac{6}{7} : \frac{4}{3}$
21.  $\left(\frac{2}{7} + \frac{5}{4}\right)\left(\frac{3}{4} : \frac{6}{5}\right)$
22.  $\left(\frac{2}{7} + \frac{5}{4}\right)\left(\frac{3}{4} - \frac{6}{5}\right)$
23.  $\left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(3 - \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$
24.  $4 : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) - 3 : \left(1 + \frac{7}{2}\right)$
25.  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{8} : \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right)$
26.  $\left(\frac{3}{5} : \frac{6}{5}\right) \cdot \frac{3}{6} \cdot \left(\frac{8}{3} : \frac{2}{6}\right)$
27.  $\left(\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{6}{5}\right) - \left(\frac{5}{9} : \frac{3}{2}\right)$
28.  $\left(\frac{3}{5} : \frac{6}{5}\right) - \frac{3}{6} + \left(\frac{8}{3} \cdot \frac{2}{6}\right)$
29.  $\left(4 + \frac{5}{8}\right) - \left(5 - \frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) + \left(3 - \frac{3}{8}\right)$
30.  $\frac{49}{5} : 7 + \left(3 - \frac{11}{7}\right) : \left(\frac{14}{49} + \frac{3}{7} : \frac{7}{12}\right)$
31.  $\frac{8}{5} \left[ \frac{2}{7} + \left(-\frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} \right]$
32.  $\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{3} \left[ \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right) \left(-\frac{1}{3}\right) \right]$
33.  $\left[ \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + 13 \left(\frac{2}{3} - 1\right) \right] : \left[ \left(\frac{1}{2} - 1\right) : 2 \cdot \frac{1}{2} \right]$
34.  $\frac{2}{3} : \left[ 5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \right]$
35.  $-\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} : \left[ \left(2 - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{4}\right) \right]$
36.  $\frac{5}{6} - \left[ \frac{2}{3} - \left(1 + \frac{3}{7} - \left(\frac{4}{9} - 1\right)\right) + \frac{1}{2} \right]$

$$37. -\frac{1}{6} \left[ -\frac{3}{4} : \left( \frac{5}{2} + \frac{3}{8} - \left( \frac{2}{3} - 2 - \frac{3}{2} \right) \right) \right] - 4 - \frac{1}{2}$$

$$38. \left[ \left( \frac{2}{3} - \frac{4}{5} \right) \cdot \frac{9}{4} - 1 \right] : \frac{26}{5}$$

$$39. \left( \frac{2}{3} \right)^2 - \frac{1}{5} \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) + \frac{3}{8} : \frac{9}{4}$$

$$40. \left( 1 - \frac{3}{5} \right)^2 + \frac{5}{7} - 2$$

$$41. 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$$

$$42. 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2} : \frac{2}{3}}$$

$$43. \frac{\frac{1}{4} - \frac{3}{5}}{1 + \frac{2}{5}} - 1$$

$$44. \left( \frac{4}{5} - \frac{3}{8} - \frac{3}{20} \right) - \left( \frac{7}{10} - 2 \right) + \frac{\frac{12}{20}}{\frac{5}{20}} - 1$$

$$45. \frac{3 - \left[ -\frac{1}{2} - 5 \left( 1 - \frac{1}{2} \right) \right]}{-4 + \frac{1}{2}}$$

$$46. 1 - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}}$$

$$47. \frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2} : \frac{1}{3} - 1}{1 - \frac{1}{2} : \frac{3}{2}}$$

$$48. \frac{5}{2} : \left[ 1 - \frac{\frac{1}{2} \cdot 3 - \frac{2}{3} : \left( -\frac{2}{3} \right)}{1 - \frac{1}{2}} \right]$$

$$49. -\frac{1}{3} : \left[ 1 - \frac{\frac{1}{3}(-3) - \frac{2}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right)}{1 : \frac{1}{2} - \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2}} \right]$$

## UNIDAD 2. POTENCIAS Y RAÍCES

---

Ejercicio 1. Expresa el resultado como una única potencia:

- $3^2 \cdot 3^5 \cdot 3$
- $4^6 \cdot 4^2$
- $(-2)^4 \cdot (-2)^3$
- $\left[(-5)^2\right]^4$
- $3^{-4} \cdot 3^{-2}$
- $\left[(-3)^{-3}\right]^{-2}$
- $(2+3)^3$
- $3^{-2} \cdot 5^{-2}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$
- $(-8)^3 : (-8)^5$
- $(5^3)^5$
- $\frac{2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^{-1}}{2^2}$
- $\frac{15^{-4}}{15^4}$
- $5(3+2)^2$

Ejercicio 2. Reduce las siguientes expresiones:

- $\frac{2^3 \cdot 4^2}{8^2}$
- $\frac{(3^5 \cdot 9)^{-3}}{81^{-4}}$
- $\frac{21 \cdot 2^4}{7^2 \cdot 9 \cdot 8}$
- $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{8}{2^4}\right)^{-2}$

5.  $\left(\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{10}\right)^{-4}$

Ejercicio 3. Calcula y simplifica:

1.  $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$

2.  $\left(\frac{5}{4}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2$

3.  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{1}{9}\right)$

4.  $\left(\frac{5}{2}\right)^4 : \left(\frac{2^5}{5}\right)^{-2}$

5.  $\left(\frac{1}{8}\right)^3 : \left(\frac{2}{5}\right)^4$

6.  $\left(\frac{7}{5}\right)^4 : \left(\frac{49}{125}\right)$

Ejercicio 4. Simplifica:

1.  $\frac{3^2 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{9^2 \cdot 4^3 \cdot 5}$

2.  $\frac{3^4 \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{5^{-1} \cdot 4^3 \cdot 3^2}$

3.  $\frac{8^{-3} \cdot 4^{-1} \cdot 3^2}{7^{-2} \cdot 4^{-5} \cdot 6}$

4.  $\frac{a^{-3} \cdot b^{-4} \cdot c^7}{a^{-4} \cdot b \cdot c^{-3}}$

Ejercicio 5. Opera y simplifica las siguientes expresiones:

1.  $(x^{-3})^2$

2.  $(x^2 y^2)^2$

3.  $(2a^{-1})^{-2}$

4.  $(a^{-2} \cdot b^{-3})^{-2}$

Ejercicio 6. Opera y reduce las siguientes expresiones:

1.  $\frac{(5x^2y^3)^2}{(10x^3y^2)^2}$
2.  $\left(\frac{12x^5y^{-1}}{18x^3y}\right)^{-1}$
3.  $\left(\frac{x^{-2}}{y^3}\right) : \left(\frac{1}{x^4y^5}\right)$
4.  $\frac{\left(\frac{x}{y}\right)^3 : \left(\frac{x}{y}\right)^{-2}}{\left(\frac{x}{y}\right)^5}$

Ejercicio 7. Simplifica al máximo los radicales siguientes:

1.  $\sqrt[12]{64}$
2.  $\sqrt[5]{32}$
3.  $\sqrt[6]{125}$
4.  $\sqrt[8]{16x^4}$
5.  $\sqrt[8]{16x^4y^6}$
6.  $\sqrt[8]{\frac{625(a+3)^{20}}{(x^2+2x+1)^1}}$
7.  $\sqrt[4]{1+\frac{9}{16}}$
8.  $\sqrt[4]{x^2+x+\frac{1}{4}}$
9.  $\sqrt[4]{1-\frac{2xy-y^2}{x^2}}$

Ejercicio 8. Reduce a índice común:

1.  $\sqrt{a}; \sqrt[4]{a}; \sqrt[8]{a}$
2.  $\sqrt{a}; \sqrt[3]{b}; \sqrt[6]{c}$
3.  $\sqrt[4]{6}; \sqrt[3]{6}; \sqrt[6]{40}$
4.  $\sqrt[4]{6}; \sqrt[6]{4}$

Ejercicio 9. Ordena de mayor a menor los siguientes radicales:

1.  $\sqrt{6}; \sqrt[4]{30}; \sqrt[8]{1200}$
2.  $\sqrt{5}; \sqrt[5]{50}; \sqrt[10]{3000}$
3.  $\sqrt[4]{5}; \sqrt[6]{11}; \sqrt[12]{135}$
4.  $\sqrt[3]{6}; \sqrt[5]{19}$

Ejercicio 10. Introduce el factor dentro de la raíz y, si es posible, simplifica:

1.  $5\sqrt{7}$
2.  $2\sqrt{5}$
3.  $4\sqrt[3]{4}$
4.  $x\sqrt{\frac{2}{x}}$
5.  $\frac{2}{x}\sqrt{\frac{3x}{8}}$
6.  $\frac{3}{5}\sqrt[3]{\frac{25}{9}}$
7.  $\frac{3x}{4}\sqrt{\frac{32a}{27x}}$

Ejercicio 11. Extrae de la raíz todos los factores que puedas:

1.  $\sqrt{50}$
2.  $\sqrt{18}$
3.  $\sqrt{75}$
4.  $\sqrt[3]{40}$
5.  $\sqrt[4]{64}$
6.  $\sqrt[5]{128a^5b^{11}}$
7.  $\sqrt{12x^2y^5}$
8.  $\sqrt{\frac{125a^2b}{16}}$
9.  $\sqrt[3]{\frac{16a^4x^3}{27y^6}}$
10.  $\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{9}}$
11.  $\sqrt{\frac{x}{9} + \frac{x}{16}}$



12.  $\sqrt{\frac{x^5}{25} + \frac{x^5}{144}}$

Ejercicio 12. Realiza el producto o la división y simplifica la expresión resultante:

1.  $5\sqrt{27} \cdot 4\sqrt{6}$

2.  $\sqrt{72} \cdot 3\sqrt{8}$

3.  $5\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\frac{8}{27}}$

4.  $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2 y^4}$

5.  $\sqrt[5]{\frac{x^2 y^2}{z^2}} : \sqrt{\frac{xy}{z}}$

6.  $\frac{\sqrt[9]{64a^3 b^6}}{\sqrt[3]{4a}}$

Ejercicio 13. Realiza las sumas y restas y simplifica la expresión resultante:

1.  $5\sqrt{2} - 11\sqrt{2} + 4\sqrt{5} - 13\sqrt{5} + 4\sqrt{2} + \sqrt{5}$

2.  $5\sqrt{2} - \sqrt{18} + 3\sqrt{72} + 11\sqrt{8} - 3\sqrt{50}$

3.  $3\sqrt{12} - 11\sqrt{2} + 8\sqrt{3} + 5\sqrt{8} + 2\sqrt{75}$

4.  $4\sqrt{20} - 3\sqrt{45} + 11\sqrt{125} - 20\sqrt{5}$

5.  $5\sqrt{\frac{3}{4}} + \sqrt{27} - 4\sqrt{3} - \sqrt{300}$

6.  $5\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{250} + 2\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2}$

7.  $5\sqrt[4]{2} + 7\sqrt{2} - 6\sqrt[4]{32} + 13\sqrt[4]{64} - \sqrt[4]{1250}$

8.  $\sqrt{\frac{2}{5}} + 4\sqrt{\frac{18}{125}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}} + \sqrt{\frac{5}{2}}$

Ejercicio 14. Racionaliza las siguientes fracciones simplificando el resultado:

1.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

2.  $\frac{1}{\sqrt{27}}$

3.  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

4.  $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

5.  $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

6.  $\frac{12}{\sqrt{18}}$
7.  $\frac{3a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$
8.  $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$
9.  $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$
10.  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}$
11.  $\frac{3\sqrt{5-4}}{\sqrt{5}-2}$
12.  $\frac{1}{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$
13.  $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{8}-\sqrt{2}}$
14.  $\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{4}}{1+\frac{\sqrt{2}}{4}} + \frac{4\sqrt{2}}{7}$

### UNIDAD 3. POLINOMIOS

---

Ejercicio 1. Efectúa las siguientes operaciones:

1.  $3x^3 - 2x^3 - x^3$
2.  $-2x^2 + 5x^2 - 4x^2$
3.  $-x^2 - 2x^2 + 5x^2$
4.  $x^4 - \frac{2}{3}x^4 + \frac{1}{2}x^4$
5.  $2x - \frac{2}{3}x + \frac{x}{2}$
6.  $-x^2 - 2x^2 + 5x^2$
7.  $\frac{2}{3}x^3 + x^3 - \frac{3}{2}x^3$

Ejercicio 2. Opera y simplifica las siguientes expresiones:

1.  $2x^3 - 5x^2 + 3 - 2 - 3x^3 + x^2$
2.  $x^2 - (2x + 3) - (x^2 - 2x)$
3.  $x^2 - 3x + 2 - (x - x^2) + 3x$

4.  $2x - 3x^2 - 2 - (x^2 + 3x + 4)$
5.  $5 - 3(x^2 + 1) + x(x + 2)$
6.  $3x^3 - 2x^2 \cdot x + x^2(-x + 3)$
7.  $(2x^2 + x - 1)(x - 2)$
8.  $\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}x\right)(-3x) - \frac{1}{2}(4x^2 + 3)$
9.  $(x^2 - 2x - 3)(2x + 1)$
10.  $3x^2 \cdot 5x + 2x(-3x^2)$
11.  $\frac{x^3}{2} - \frac{3x}{2}x^2$
12.  $\frac{3}{2}x^2\left(-\frac{2}{5}x\right)$
13.  $\frac{9x^3}{3x} + \frac{x^4}{x^2}$

Ejercicio 3. Si  $P(x) = 4x^3 - 3x^2 + 1$  y  $Q(x) = 3x^2 - 3x + 2$ , opera:

1.  $P(x) \cdot Q(x)$
2.  $3P(x) + 2Q(x)$
3.  $P(x) + Q(x)$
4.  $P(x) - Q(x)$

Ejercicio 4. Si  $P(x) = x^3 - x^2 - 3x + 1$ ,  $Q(x) = 2x^2 - 2x + 1$  y  $R(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x - 1$ , opera:

1.  $P(x) + Q(x)$
2.  $P(x) - Q(x) + R(x)$
3.  $2P(x) - 3R(x)$
4.  $P(x) \cdot Q(x) - R(x)$
5.  $P(x) + Q(x) - R(x)$
6.  $Q(x)(2P(x) - R(x))$
7.  $R(x)/Q(x)$

Ejercicio 5. Factoriza:

1.  $x^4 - x^3 - x^2 + x$
2.  $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24$
3.  $x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 3x^2$
4.  $3x^4 + 6x^3 + 6x^2 + 6x + 3$

5.  $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 6x + 4$
6.  $3x^3 + 3x^2 - 18x$
7.  $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$
8.  $2x^3 - 2x^2 - 12x$
9.  $x^4 + x^3 - 7x^2x + 6$
10.  $4x^4 - 6x^3 + 2x^2$

Ejercicio 6. Multiplica:

1.  $(x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 2)(x^2 - x)$
2.  $(x^5 - 4x^3 + 4x^2 + 4x - 3)(x^2 - 2)$
3.  $(x^5 + 3x^4 - 2x^2 + 5x + 2)(x^2 - x + 1)$
4.  $(x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 3x + 2)(x^2 - 1)$
5.  $(x^6 - 4x^4 + x^3 + x)(x^3 - x)$
6.  $(x^4 + 2x^2 - 5)(x^2 + 3)$

Ejercicio 7. Divide y realiza la prueba para comprobar que has realizado bien la división.

1.  $(x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 2):(x^2 - x)$
2.  $(x^5 - 4x^3 + 4x^2 + 4x - 3):(x^2 - 2)$
3.  $(x^5 + 3x^4 - 2x^2 + 5x + 2):(x^3 - x + 1)$
4.  $(x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 3x + 2):(x^2 - 1)$
5.  $(x^6 - 4x^4 + x^3 + 3x^2 + x):(x^3 - x)$
6.  $(x^4 + 2x^2 - 5):(x^2 + 3)$

**PRUEBA PARA SABER SI ES CORRECTA LA  
DIVISIÓN:**

$$\text{Dividendo}(x) = \text{Divisor}(x) \cdot \text{Cociente}(x) + \text{Resto}(x)$$

Ejercicio 8. Divide por Ruffini, halla el resto de la división y realiza la prueba:

1.  $(x^5 - 2x^3 + x^2 - 1):(x - 2)$
2.  $(2x^4 - 3x^2 + x - 1):(x + 1)$
3.  $(x^3 - 2x^2 + x + 3):(x - 1)$
4.  $(x^4 - 3x^2 + 2x):(x - 2)$
5.  $(x^3 - 3x + 2):(x - 1)$
6.  $(-x^6 - 3x^5 + 2x^2 - 3):(x + 2)$
7.  $(3x^4 - 2x^3 + 3):(x + 1)$

Ejercicio 9. Halla  $a$  para que la siguiente división sea exacta:

$$(x^5 - 3x^3 + ax^2 - 4) : (x - 2)$$

Ejercicio 10. Halla  $a$  para que la siguiente división tenga de resto 2:

$$(x^6 - 4x^5 + 5x^4 - 5x^3 + 4x^2 + ax + 2) : (x - 1)$$

Ejercicio 11. Desarrolla los siguientes cuadrados:

1.  $(x+1)^2$

2.  $(3x+2)^2$

3.  $(x-4)^2$

4.  $\left(\frac{2}{3}x-3\right)^2$

5.  $(2x-1)^2$

6.  $\left(\frac{2}{3}+2x\right)^2$

7.  $(x-y)^2$

8.  $\left(2x-\frac{1}{y}\right)^2$

9.  $\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{2}\right)^2$

**PRODUCTOS NOTABLES:**

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b$$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Ejercicio 12. Transforma en diferencia de cuadrados:

1.  $\left(2x+\frac{1}{3}\right) \cdot \left(2x-\frac{1}{3}\right)$

2.  $(x-a) \cdot (x+a)$

3.  $(x^2+1) \cdot (x^2-1)$

4.  $\left(\frac{x}{2}-3\right) \cdot \left(\frac{x}{2}+3\right)$

5.  $\left(\frac{a}{3}+b\right) \cdot \left(\frac{a}{3}-b\right)$

6.  $(a-3b) \cdot (a+3b)$

Ejercicio 13. Expresa como producto de una suma por una diferencia:

1.  $x^2 - 25$

2.  $x^4 - 9$

3.  $9x^2 - 4$
4.  $x^9 - x^4$
5.  $25x^2 - 16$
6.  $49 - 4x^2$
7.  $4x^2 - 16$

Ejercicio 14. Expresa como cuadrado de una suma o de una resta:

1.  $x^2 - 6x + 9$
2.  $x^2 - 10x + 25$
3.  $x^2 - 4x + 4$
4.  $x^2 - 12x + 36$
5.  $4x^2 - 12x + 9$
6.  $9x^2 - 12x + 4$
7.  $x^2 + 8x + 16$
8.  $\frac{x^2}{4} - x + 1$

Ejercicio 15. Extrae factor común:

1.  $3x + 6x^2$
2.  $x^2 - 3x^3 + 2x$
3.  $a(x-2) + b(x-2) + c(x-2)$
4.  $x^2 - 3x + 4x^2$

Ejercicio 16. Simplifica las siguientes fracciones:

1.  $\frac{3x^2}{9x}$
2.  $\frac{x-2}{x^2-4}$
3.  $\frac{x(x+2)}{2(x+2)}$
4.  $\frac{x^2+5x}{x^2}$
5.  $\frac{x^2-2x}{3x}$
6.  $\frac{x(x-2)}{3x^2}$
7.  $\frac{3x^2(x+2)}{x(x+2)}$

8.  $\frac{x^3(x+1)}{x(x+1)}$

#### UNIDAD 4. FRACCIONES ALGEBRAICAS

---

Ejercicio 1. Opera y simplifica:

1.  $\frac{1-x}{1+x} + \frac{x+1}{-x+1} - \frac{x^2+1}{x^2-1}$

2.  $\frac{x-2}{x^2+6x+9} \cdot \frac{x+3}{x^2-41}$

3.  $\frac{5x}{2x-6} + \frac{x-3}{x+3} - \frac{x^2-6}{x^2-9}$

4.  $\frac{x^2-4x+4}{3x} : \frac{x-2}{x^2+6x}$

5.  $\frac{x^2-4x+4}{3x} : \frac{x-2}{x^2+6x}$

Ejercicio 2. Simplifica:

1.  $\frac{x^4-16}{x^2-4}$

2.  $\frac{x^2-1}{2x+2}$

3.  $\frac{x^4-4}{x^2+2}$

4.  $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}$

5.  $\frac{3x^2-3x}{3x^3-6x^2+3x}$

6.  $\frac{x(x-2)^2}{x^2(x-2)}$

7.  $\frac{(x+4)^2(x-4)^2}{(x^2-16)}$

Ejercicio 3. Comprueba si las siguientes fracciones son equivalentes:

1.  $\frac{3x-2}{9x^2-4} y \frac{1}{3x+2}$

2.  $\frac{x}{x^2-x} y \frac{2}{2x-2}$

- $\frac{x+1}{x-2} \cdot \frac{x^2+3x+2}{x^2-4}$
- $\frac{a^2-5a+4}{a} \cdot \frac{a^2-2a^2-11a+12}{a^2+3a}$

Ejercicio 4. Opera y simplifica:

- $\frac{x-1}{x^2-9} \cdot \frac{x^2+6x+9}{x^2-2x+1}$
- $\frac{2x}{3x^2-5x} \cdot \frac{6x+10}{4x^2}$
- $\frac{x(x+3)^2}{(x+1)^3} : \frac{(x+3)x^2}{(x^2-1)(x+1)}$
- $\frac{3x^2-2x}{x^2-4} : \frac{2-3x}{(x+2)(x-2)}$
- $\frac{2}{x-3} - \frac{2}{x+3} - \frac{11}{x^2-9}$
- $\frac{x^2}{x^2-1} - \frac{x}{1-x}$
- $\frac{3(x-2)}{x^2-16} + \frac{2x}{x^2-8x+16}$
- $\frac{2x}{(x-1)(x-2)} - \frac{2}{x-2}$
- $\frac{x-2}{2-x} - x^2 \cdot \frac{1}{x^2-4} - \frac{x-2}{x+2}$
- $\frac{2x+3}{x-1} - \frac{2}{x-1} \cdot \left( \frac{5x+9}{x} - \frac{4}{x} \cdot (x+3) \right)$

Ejercicio 5. Calcula los valores de  $a$  y  $b$  para que se cumpla:

$$\frac{3x-1}{x+2} - \frac{3x+b}{x-2} + \frac{a}{x^2-4} = 0$$

Ejercicio 6. Opera y simplifica:

- $\frac{x^2-1}{x+2} : \frac{x+1}{x^2-4}$
- $\left( \frac{x}{3} - \frac{3}{x} \right) \cdot \frac{x^2+9x}{x-3}$
- $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1}$



4.  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2}$
5.  $\left(\frac{x+2}{x-1} - \frac{x-1}{x+2}\right) \cdot \left(1 - \frac{4x^2 - 2x - 2}{6x^2 - 6x}\right)$
6.  $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4x - 4} \cdot \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 2}$
7.  $\left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}\right) : \left(\frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 - 1} - 1\right)$
8.  $\frac{2x}{x^2 + 1} + \frac{3}{2x + 2} - \frac{x}{x^2 - 2x + 1}$
9.  $\frac{x^2 - 4}{x^3 + 1} : \frac{x^3 - 8}{x + 1}$
10.  $\frac{x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x}{x^4 - 3x^2 + 2x}$
11.  $\frac{x^4 - 16}{x^3 - 2x^2 + 4x - 6}$
12.  $\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 + 5x + 6} \cdot \frac{2x^2 - 8}{x^2 - x} : \frac{2x - 10}{x^2 + 3x}$
13.  $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x+1}$
14.  $\frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+1}$
15.  $\frac{5x}{x+3} + \frac{3}{x-2}$

## UNIDAD 5. ECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO

---

Ejercicio 1. Despeja la "a" de estas expresiones:

1.  $2 \cdot a \cdot e = c + 1$
2.  $c + d = 4a - b$
3.  $b = \frac{c + 1}{2a}$
4.  $d = \frac{4c + 3}{e(a^2 - b^2)}$
5.  $c + d = \frac{3}{2(a^2 - b^2)}$

Ejercicio 2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$6. \frac{x}{3} + x = 2 \cdot \frac{x}{6} - 2(3-x)$$

$$7. \frac{x}{2} - \frac{x}{3} + \frac{x}{6} - x = 2 - x$$

$$8. \frac{2x-3}{5} - \frac{x}{2} + x = x - \frac{x}{4}$$

$$9. x - \frac{x}{2} + 3x = \frac{3x}{2} + \frac{5+x}{3} + x + 1$$

$$10. \frac{x}{2} - \frac{x-3}{3} - x = -1 - 2 \cdot \frac{x}{3}$$

$$11. \frac{6x-3}{3} - \frac{4x-3}{5} = 2x - 2$$

$$12. \frac{x-3}{2} + x = \frac{2x-13}{3} + x + 2$$

$$13. x - \frac{x+2}{3} + 3(x-3) = 2 + \frac{2x+1}{3}$$

$$14. \frac{2x-5}{5} - \frac{x}{2} + 2 = x + \frac{x+4}{4}$$

$$15. \frac{x-1}{2} + x = \frac{2x+3}{3} + 1$$

$$16. 2x - \frac{x-3}{2} = x + \frac{4+x}{3}$$

$$17. \frac{x-3}{5} - \frac{4x+3}{5} = 2x + 4$$

$$18. \frac{3x}{2} = 6$$

$$19. \frac{4x-6}{3} = -2$$

$$20. 4(2x-1) + 15 = 6 - 2(-5+x)$$

$$21. \frac{x-6}{3} + 2 = \frac{4x-1}{5}$$

$$22. \frac{2x+1}{6} + \frac{5x}{4} = 3 - \frac{x}{2}$$

$$23. 7x - \frac{1-2x}{4} = 11$$

$$24. \frac{3x+2}{5} - \frac{x-3}{2} = 0$$

$$25. \frac{x-2}{4} - \frac{5x+1}{8} + \frac{x+1}{3} = \frac{1}{2}$$

**Solución de una ecuación de primer grado**

Dependiendo de los valores de a y b tendremos uno de los siguientes casos:

$$x = \frac{b}{a}$$

- Si  $a \neq 0$  y  $b \neq 0$ , **la solución** de  $ax = b$  es **única**.
- Si  $a = 0$  y  $b \neq 0$   $0x = 5$  **no tiene solución**.
- Si  $a = 0$  y  $b = 0$   $0x = 0$  **es una identidad**, cualquier valor de x es solución.

$$26. \frac{3x-10}{6} - \frac{5}{3}(4-x) = \frac{2x-3}{8}$$

$$27. \frac{3(2-x)}{5} + \frac{x}{15} = 2 - \frac{3-4x}{6}$$

Ejercicio 3. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

$$28. x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$29. 4x^2 - 9 = 0$$

$$30. 6x^2 + 2x = 0$$

$$31. 3x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$32. x^2 + 25 = 0$$

$$33. 4x^2 - 4x + 1 = 0$$

Ejercicio 4. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

$$34. \frac{x^2+2}{3} - \frac{x^2+1}{4} = 1 - \frac{x+7}{12}$$

$$35. \frac{x^2}{3} - 2 = 3x + \frac{x^2-12}{6}$$

$$36. \frac{x^2-2x+5}{2} - \frac{x^2+3x}{4} = \frac{x^2-4x+15}{6}$$

$$37. x(x-3) + (x+4)(x-4) = 2 - 3x$$

$$38. (x+1)^2 - (x-2)^2 = (x+3)^2 + x^2 - 20$$

$$39. (2x+1)^2 = 1 + (x+1)(x-1)$$

$$40. 3x(x+4) - x(x-1) = 15$$

$$41. \frac{x}{3}(x-1) - \frac{x}{4}(x+1) + \frac{3x+4}{12} = 0$$

$$42. x+2+3x^2 = \frac{5x^2+6x}{2}$$

$$43. (x+2)^2 - 3 = 4x$$

$$44. (x-3)(2x-5) + (x-1)(x-3) - 18 = 0$$

$$45. (x+4)^2 - (2x-1)^2 = 8x$$

$$46. 2x+3(x-4)^2 = 37+(x-3)(x+3)$$

$$47. 2x(x+3) - 2(3x+5) + x = 0$$

$$48. 3x(2x+3) + x(x-4) + 2 = 2x(3x+1)$$

$$49. \frac{(x-1)^2 - 3x + 1}{15} + \frac{x+1}{5} = 0$$

**UNIDAD 6. ECUACIONES BICUADRADAS. ECUACIONES RACIONALES.  
ECUACIONES RADICALES.**

---

Ejercicio 1. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

1.  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

2.

3.  $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$

4.  $x^4 - 1 = 0$

5.  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

6.  $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

7.  $x^4 - 4x^2 = 0$

8.  $x^4 + 1 = 0$

9.  $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

10.  $x^4 + x^2 = 0$

11.  $9x^4 - 46x^2 + 5 = 0$

12.  $x^4 - \frac{5}{4}x^2 + \frac{1}{4} = 0$

13.  $x^2(x^2 - 17) + 16 = 0$

14.  $x^4 + 100 = 29x^2$

15.  $x^4 - \frac{13}{36}x^2 + \frac{1}{36} = 0$

16.  $(2x^2 + 1)(x^2 - 3) = (x^2 + 1)(x^2 - 1) - 8$

17.  $\frac{1}{4}(3x^2 - 1)(x^2 + 3) - \frac{1}{3}(2x^2 + 1)(x^2 - 3) = 4x^2$

Ejercicio 2. Resuelve las siguientes ecuaciones racionales:

1.  $\frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} = -\frac{1}{x^3}$

2.  $\frac{x-3}{x} + \frac{x+3}{x^2} = \frac{2}{3}$

3.  $\frac{15}{x} - 2 = \frac{72-6x}{2x^2}$

4.  $\frac{8-x}{2} - \frac{2x-11}{x-3} = \frac{x+6}{2}$

5.  $\frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1$

6.  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{2-x}{x} = 3$
7.  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+1}{x+1} = \frac{8}{3}$
8.  $\frac{10}{3} + \frac{5-x}{x+5} = \frac{x+5}{x-5}$
9.  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+2}{x-3} = \frac{1}{4}$
10.  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{3x^2-13}{x^2-x} = 3 + \frac{x-3}{x}$
11.  $\frac{4}{x+2} + \frac{3x}{x-2} + \frac{8-3x^2}{x^2-4} = 0$
12.  $\frac{1}{8} - \frac{1}{x^2+4} = \frac{2-x}{2x^2+8}$
13.  $\frac{3x+1}{x-2} + 4 = \frac{x}{x+2} + \frac{x^2}{x^2-4}$
14.  $\frac{3x}{x^2-9} = 1 + \frac{x}{2(x-3)}$
15.  $\frac{x}{2x-1} + \frac{2(x^2-1)}{2x^2-x} = 1 + \frac{2}{x}$
16.  $\frac{x}{x-3} - \frac{2x+1}{x^2-9} = \frac{1}{x+3}$
17.  $\frac{x^2}{x+1} + \frac{1}{2x+x} = \frac{x-1}{4x+4}$

Ejercicio 3. Resuelve las siguientes ecuaciones radicales:

1.  $x + \sqrt{x} = 6$
2.  $\sqrt{x+1} = 4$
3.  $\sqrt{2x} = 6$
4.  $\sqrt{\frac{x}{4}} = 9$
5.  $\sqrt{2x+3} = 5$
6.  $\sqrt{3x+1} = 7$
7.  $\sqrt{x} = 8$
8.  $\sqrt{x^4} = 9$
9.  $\sqrt{x^6} = 8$
10.  $\sqrt{x+3} = \sqrt{5x-1}$
11.  $\sqrt{2x^2+x+2} = \sqrt{2x+3}$

12.  $5 - \sqrt{3x+1} = 0$
13.  $\sqrt{9x^2 - 5} - 3x = -1$
14.  $\sqrt{x+3} + 20 + x = 2x + 17$
15.  $\sqrt{5+4x} - (x-3) = 5$
16.  $\sqrt{40-x^2} + 7x = 4(x+3)$
17.  $3 + 2x = 2\sqrt{x+1} - x$
18.  $\sqrt{x} - \sqrt{x+16} = -2$
19.  $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} = 5$
20.  $2\sqrt{x-4} + \sqrt{2x+26} = 8$
21.  $4\sqrt{x-5} - 3\sqrt{x+7} = -4$
22.  $\sqrt{x+7} + \sqrt{x-1} = 2\sqrt{x+2}$
23.  $\sqrt{x-4} + \sqrt{x+4} = 2\sqrt{x-1}$
24.  $\sqrt{9x+7} - \sqrt{2x+26} = 8$
25.  $4\sqrt{x-5} - 3\sqrt{x+7} = -4$

---

### UNIDAD 7 .SISTEMA DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

---

Ejercicio 1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por sustitución:

1.  $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -3x - y = -5 \end{cases}$
2.  $\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$
3.  $\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 5y = 38 \end{cases}$
4.  $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = 15 \end{cases}$
5.  $\begin{cases} 11x - 3y = 6 \\ -3x + 3y = 3 \end{cases}$
6.  $\begin{cases} 7x + 4y = 80 \\ 5x - 6y = 4 \end{cases}$

Ejercicio 2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por reducción:

1.  $\begin{cases} 2x - 5y = 25 \\ 3y + 3x = 11 \end{cases}$
2.  $\begin{cases} 4x - 12 = 3y \\ 6x + 5y + 1 = 0 \end{cases}$
3.  $\begin{cases} x = y + 2 \\ x = 3y - 8 \end{cases}$

$$4. \begin{cases} 4x - y = 6 \\ 5x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$
$$5. \begin{cases} x - 3y = -1 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases}$$
$$6. \begin{cases} 3x + 2y - 1 = x + y - 3 \\ y + 2 = 9x \end{cases}$$

Ejercicio 3. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por igualación:

$$1. \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$$
$$2. \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 5x + y = 9 \end{cases}$$
$$3. \begin{cases} 2x + 5 = y + 12 \\ x - 3 = y + 2 \end{cases}$$
$$4. \begin{cases} x + y = 0 \\ 2x + 4y = 1 \end{cases}$$
$$5. \begin{cases} x + \frac{y-2}{4} = 1 \\ x - \frac{3}{2} = 5 \end{cases}$$
$$6. \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + 4y = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

Ejercicio 4. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el Método Gauss:

$$a) \begin{cases} x + 4y - 8z = -8 \\ 4x + 8y - z = 76 \\ 8x - y - 4z = 110 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2y + 3z = 15 \\ 3x + y = 12 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases}$$

**Soluciones :** a)  $x=16, y=2, z=4$    b)  $x=3, y=3, z=3$    c)  $x=6, y=-2, z=-5/2$

## SISTEMAS DE 3 ECUACIONES Y 3 INCOGNITAS. MÉTODO GAUSS

Resolver el sistema: 
$$\begin{cases} x+2y-3z=-16 \\ 3x+y-2z=-10 \\ 2x-3y+z=-4 \end{cases}$$

Transformamos un sistema de 3 ecuaciones lineales en un sistema escalonado.

$$\begin{array}{l} 1^a \\ 2^a \\ 3^a \end{array} \begin{cases} x+2y-3z=-16 \\ 3x+y-2z=-10 \\ 2x-3y+z=-4 \end{cases} \xrightarrow{\text{Queremos conseguir esto}} \begin{cases} x+2y-3z=-16 \\ 0+?y+?z=? \\ 0+0+?z=? \end{cases}$$

Podemos intercambiar ecuaciones, para conseguir que el primer coeficiente de la 1ª ecuación sea  $\neq 0$  y a ser posible que valga 1. En este caso no es necesario.

### Pasos

**1. Suprimimos la x de la segunda ecuación, reduciéndola con la primera.**

Multiplicamos la 1ª por (-3) y sumamos las dos. **Obtenemos la segunda ecuación ya sin x.**

$$\begin{array}{l} 1^a \\ 2^a \end{array} \begin{cases} x+2y-3z=-16 \\ 3x+y-2z=-10 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} 1^a (-3) \\ 2^a \end{array} \begin{cases} -3x-6y+9z=48 \\ 3x+y-2z=-10 \end{cases}$$

Sumamos las dos ecuaciones para obtener la segunda ecuación transformada.

$$0x-5y+7z=38$$

**2. Suprimimos la x de la tercera ecuación, reduciéndola con la primera.**

Multiplicamos la 1ª por (-2) y sumamos las dos. **Obtenemos la 3ª ecuación ya sin x.**

$$\begin{array}{l} 1^a \\ 3^a \end{array} \begin{cases} x+2y-3z=-16 \\ 2x-3y+z=-4 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} 1^a (-2) \\ 3^a \end{array} \begin{cases} -2x-4y+6z=32 \\ 2x-3y+z=-4 \end{cases}$$

Sumamos las dos ecuaciones para obtener la tercera ecuación transformada.

$$0x-7y+7z=28$$

**3. Escribimos el sistema obtenido.**

$$\begin{array}{l} 1^a \\ 2^a \\ 3^a \end{array} \begin{cases} x+2y-3z=-16 \\ 0x-5y+7z=38 \\ 0x-7y+7z=28 \end{cases}$$

**4. Eliminamos la y de la 3ª reduciéndola con la segunda.**

**Obtenemos la 3ª ecuación ya sin y.**

$$\begin{array}{l} 2^a (7) \\ 3^a (-5) \end{array} \begin{cases} -5y+7z=38 \\ -7y+7z=28 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -35y+49z=266 \\ +35y-35z=-140 \end{cases} \rightarrow 14z=126$$

**5. Con el sistema escalonado obtenemos las soluciones.**

$$\begin{array}{l} 1^a \\ 2^a \\ 3^a \end{array} \begin{cases} x+2y-3z=-16 \\ 0x-5y+7z=38 \\ 0x+0y+14z=126 \end{cases}$$

- Calculamos z en la 3ª ecuación.

$$14z=126 \Rightarrow z=9$$

- Sustituimos z en la 2ª y calculamos la y.

$$-5y+7(9)=38 \Rightarrow y=5$$

- Sustituimos z e y en la 1ª para calcular la x.

$$x+2(5)-3(9)=-16 \Rightarrow x=1$$

**6. Comprobamos las soluciones.**

Sustituimos los valores obtenidos en el sistema original y vemos si se cumplen las 3 ecuaciones.



**UNIDAD 8. SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES**

---

Ejercicio 1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$1. \begin{cases} x + y = 14 \\ xy = 48 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x^2 - 3y^2 = -8 \\ 3x^2 - y^2 = 8 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 5x + 2y = 6 \\ x^2 - \frac{y^2}{2} = 6 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x^2 - 2y^2 = 7 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x^2 + y^2 = 4 \\ 5x^2 - 2y^2 = 3 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 7x^2 = y^2 - 8 \\ -5x^2 + 2y^2 = 52 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 - 2y^2 = 17 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x + 3y = -1 \\ 2x^2 - 9y^2 = 14 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} \frac{x^2}{3} - 2y^2 = 4 \\ \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = \frac{25}{3} \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 3(x^2 - 4) + 2(y - 9)^2 = 4 \\ -3x^2 + 2y^2 = 5 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y-5}{4} = 2 \\ \frac{x^2}{6} - \frac{3y^2}{4} = \frac{23}{12} \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} (x-3)(y+5) = 7 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

**UNIDAD 9. INECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO. SISTEMAS DE INECUACIONES**

---

Ejercicio 1. Resuelve las siguientes inecuaciones de primer grado:

1.  $x - 5 < 2x - 6$

2.  $5x - 12 > 3x - 4$

3.  $x - 6 > 21 - 8x$

4.  $3x - 14 < 7x - 12$

5.  $2x - \frac{5}{3} > \frac{x}{3} + 10$

6.  $3x - 4 + \frac{x}{4} < \frac{5x}{2} + 2$

7.  $(x+2)(x-1) + 26 < (x+4)(x+5)$

8.  $3(x-2) + 2x(x+3) > (2x-1)(x+4)$

9.  $(x-4)(x+5) < (x-3)(x-2)$

10.  $6x - 3 > 2x - 5$

11.  $2x + 5 \geq 4x - 6$

12.  $x(x-1) > x^2 + 3x + 1$

13.  $-2x \leq -(1+x)$

14.  $x(x+2) - (x-1) \geq (x-1)(x+1)$

15.  $2(x+3) + 3(x-1) \leq 2(x+2)$

16.  $\frac{6x}{5} - \frac{1}{3} \leq \frac{2}{3} - 1$

17.  $\frac{x}{2} + \frac{x}{6} < \frac{-x+2}{5}$

18.  $\frac{2x+1}{3} - \frac{x}{4} \geq \frac{5x}{2} + \frac{1}{2}$

19.  $\frac{3x-3}{5} - \frac{4x+8}{2} < \frac{x}{4} - 3x$

20.  $2(3+x) > \frac{8+x}{3}$

21.  $\frac{x+1}{2} \leq \frac{2x+7}{3}$

22.  $\frac{x-10}{-2} \leq 1 + \frac{1-(2x-3)}{-3}$

23.  $2 - \frac{x-3}{2} \leq 1 + \frac{3-x}{3}$

24.  $\frac{x+3}{-1} > \frac{x-3}{1}$

25.  $\frac{-2(2+x)}{2} \leq \frac{-x+3}{3}$

26.  $\frac{x-1}{2} - \frac{x-4}{3} < 1$
27.  $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} > 5 - \frac{x}{6}$
28.  $\frac{2x-4}{3} + \frac{3x+1}{3} < \frac{2x-5}{12}$
29.  $\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} > x-2$
30.  $\frac{5x-2}{3} - \frac{x-8}{4} > \frac{x+14}{2} - 2$
31.  $\frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} \geq 2 + \frac{3x-1}{15}$
32.  $\frac{3x-3}{5} - \frac{4x+8}{2} < \frac{x}{4} - 3x$
33.  $\frac{x-1}{2} - x < \frac{1-x}{4} - 3$
34.  $\frac{x}{3} + \frac{2x+1}{8} - \frac{8-10x}{45} < 0$
35.  $\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} - x + 2 \leq 0$
36.  $4x - \frac{3-2x}{4} < \frac{3x-1}{3} + \frac{37}{12}$
37.  $\frac{2x+3}{4} > \frac{x+1}{2} + 3$
38.  $\frac{x-2}{3} - \frac{12-x}{2} > \frac{5x-36}{4} - 1$
39.  $\frac{x}{18} - \frac{2x+1}{12} \geq \frac{2-4x}{24}$
40.  $1 - \frac{3x-7}{5} > \frac{5x-4}{15} - \frac{x-1}{3}$

Ejercicio 2. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

1.  $x^2 + 5x < 0$
2.  $x^2 \geq 16$
3.  $9x^2 < 25$
4.  $36 > (x-1)^2$
5.  $(x+5)^2 \leq (x+4)^2 + (x-3)^2$
6.  $x(x-2) < 2(x+6)$
7.  $x^2 - 3x > 3x - 9$
8.  $4(x-1) > x^2 + 9$
9.  $2x^2 + 25 \leq x(x+10)$
10.  $1 - 2x \leq (x+5)^2 - 2(x+1)$

11.  $3 > x(2x+1)$

12.  $x(x+1) \geq 15(1-x^2)$

13.  $(x-2)^2 \geq 0$

Ejercicio 3. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado o mayor:

1.  $x^3 - 3x^2 - 6x - 8 \geq 0$

2.  $x^3 - 6x^2 + 5x - 12 < 0$

3.  $x^3 + 4x^2 - 3x - 18 \leq 0$

4.  $2x^3 + 3x^2 - 11x - 6 > 0$

5.  $x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6 > 0$

6.  $x^3 + x^2 - x - 1 \geq 0$

7.  $x^3 + x^2 - 4x - 4 < 0$

8.  $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 \leq 0$

9.  $3x(x-1)(x+2) \geq 0$

10.  $(x-1)(x-2)(x+1) \leq 0$

11.  $x^2 - 6x + 5 < 0$

12.  $2x^2 - x < 0$

13.  $(x-3)(x-4) \geq 0$

14.  $3x^2 - 48 \geq 0$

15.  $x^2 - 5x > -3(3-x)$

16.  $2x(x-1) - x(x+3) \leq -6$

17.  $x^2 - 8x + 16 > 0$

18.  $x^2 + 4x - 21 < 0$

19.  $x(x+1) > 0$

20.  $x^2 - 16 \leq 9$

21.  $(x-1)(2-x) \geq 0$

22.  $x^2 + 12x < -35$

23.  $3x^2 - 2x - 1 < 0$

24.  $x(x-2) - 5(1-x) > -9$

Ejercicio 4. Resuelve las siguientes inecuaciones racionales:

1.  $\frac{3}{2x+8} > 0$

2.  $\frac{1}{x} - 1 \geq 0$

$$3. \frac{x+5}{2(x-5)} \leq 0$$

$$4. \frac{x+1}{x-1} + 2 \leq 0$$

$$5. \frac{6-2x}{x+3} \geq 0$$

$$6. \frac{-10}{x-2} < 0$$

Ejercicio 5. Resuelve las siguientes inecuaciones racionales:

$$1. \frac{x}{x-3} \leq \frac{x}{x+1}$$

$$2. \frac{x^2+2}{x+3} > x$$

$$3. \frac{x^2}{x-3} \geq x+1$$

$$4. \frac{x^2-4}{x+6} \geq 0$$

$$5. \frac{(x+1)(x-7)}{(x-1)(x-6)(x+3)} > 0$$

$$6. \frac{4}{x^2} \leq 1$$

$$7. \frac{x^2+1}{x-5} < 0$$

$$8. 3(x+3) \geq 2\left(1 - \frac{1}{x}\right)$$

$$9. x-4 < \frac{5}{x}$$

$$10. x + \frac{15}{x} \geq 8$$

$$11. \frac{x^2+1}{x} \geq 1$$

$$12. 3\left[\frac{1}{x} - 3\right] > 5(x+1)$$

$$13. \frac{x}{x^2-1} < 0$$

$$14. x+20 > 1 - \frac{84}{x}$$

$$15. x + \frac{25}{x} < 10$$

$$16. 2x + \frac{9}{x} \geq x-6$$

$$17. x + \frac{1}{2} > \frac{1}{x} + 2$$

Ejercicio 6. Resuelve los sistemas de inecuaciones:

$$1. \begin{cases} 2x + 3 \geq 1 \\ -x + 2 \geq -1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x + 3 \geq 1 \\ -x + 2 < -1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x + 3 < 1 \\ -x + 6 < 3 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 4x - 3 < 1 \\ x + 6 > 2 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x - 2 > -7 \\ 5 - x < 1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 5 - x < -12 \\ 16 - 2x < 3x - 3 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 5x + 1 < 0 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x - 2(x + 1) \leq 5(2x - 1) - 6 \\ 2(x - 1) + 4x > 5x - 4 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} \frac{x-15}{2} \leq 5 - 2x \\ 2 - \frac{x}{5} < \frac{1-x}{2} \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2(x - 1) + 3(2x + 3) < 1 - x \\ 3(x + 2) - 2(3x + 1) < 2x \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 2x - 8 > 0 \\ -x + 1 \leq 7 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 2(x - 1) < 1 + 3x \\ x - 5 \geq 3 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 2x - 3 < 0 \\ x - 1 < 0 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 2x - 8 < \frac{x}{3} - 5 \\ \frac{3x}{2} - 6 \geq \frac{6x-4}{5} \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} \frac{x}{4} - 8 < \frac{1}{6} - x \\ 7x - 4 \leq \frac{15x-1}{2} \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 2(3x - 5) \leq 7x + 1 \\ 3x - 5 \geq 6x - 4 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 3x - 5 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2 \leq 0 \end{cases}$$

---

### UNIDAD 10. TRIGONOMETRÍA 1. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

---

Ejercicio 1. Calcula el resto de las razones trigonométricas sabiendo que:

- $\operatorname{sen} \alpha = 0,34$ , y  $\alpha$  está en el tercer cuadrante.
- $\operatorname{cos} \alpha = 0,48$ , y  $\alpha$  está en el segundo cuadrante.
- $\operatorname{tg} \alpha = 1,3$ , y  $\alpha$  está en el cuarto cuadrante.

Ejercicio 2. Demuestra las siguientes igualdades:

- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\operatorname{cos}^2 \alpha}$
- $1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \alpha}$
- $\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha = \operatorname{sen}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$
- $\operatorname{cos}^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha = 1 - 2\operatorname{sen}^2 \alpha$
- $\operatorname{tg}^2 \alpha = \operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$

Ejercicio 3. Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}}{\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{cos}\alpha} = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha}$$

Ejercicio 4. Demuestra la siguiente igualdad:

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta \left( \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg}\beta} \right) = \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta$$

Ejercicio 5. Demuestra la siguiente igualdad:

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \operatorname{sen}^2\alpha + \operatorname{sen}^2\alpha \cdot \operatorname{tg}^2\alpha$$

Ejercicio 6. El seno de un ángulo del segundo cuadrante vale  $\frac{12}{13}$ . Calcula el coseno y la tangente de ese mismo ángulo.

Ejercicio 7. Calcula el coseno y la tangente de un ángulo  $\alpha$  del que sabemos que:

- a) Pertenece al segundo cuadrante y  $\operatorname{sen}\alpha = \frac{12}{37}$
- b) Pertenece al cuarto cuadrante y  $\operatorname{sen}\alpha = -\frac{7}{25}$

Ejercicio 8. El coseno de un ángulo del tercer cuadrante vale  $-\frac{28}{53}$ . Calcula el seno y la tangente de ese mismo ángulo.

Ejercicio 9. Calcula el resto de las razones trigonométricas de los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  pertenecientes al primer cuadrante si sabemos que:

- a)  $\operatorname{sen}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- b)  $\operatorname{cos}\beta = \frac{1}{2}$

Ejercicio 10. La tangente de un ángulo del tercer cuadrante vale  $\frac{77}{36}$ . Calcula el seno y el coseno de ese mismo ángulo.

Ejercicio 11. Dibuja en la circunferencia goniométrica un ángulo  $\alpha$  del primer cuadrante tal que  $\operatorname{sen}\alpha = \operatorname{cos}\alpha$ . ¿De qué ángulo se trata?

Ejercicio 12. Calcula el resto de las razones trigonométricas de un ángulo  $\alpha$  del que sabemos que:

- a) Pertenece al segundo cuadrante y que  $\operatorname{sen}\alpha = \frac{48}{73}$
- b) Pertenece al tercer cuadrante y  $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{2}$



Ejercicio 13. Señala a cuál de los cuatro cuadrantes de la circunferencia goniométrica pertenecen estos ángulos:

1. Los ángulos agudos.
2. Los mayores de 180 grados pero menores de 270.
3. Los mayores que un ángulo recto pero menores que uno llano.
4. Los mayores de 270 grados pero menores de 360.

Ejercicio 14. Expresa los siguientes ángulos como suma de un número entero de vueltas y un ángulo menor de 360 grados, e indica el cuadrante al que pertenecen:

1.  $500^\circ$
2.  $2389^\circ$
3.  $\frac{17\pi}{6} rad$
4.  $\frac{32\pi}{5} rad$

Ejercicio 15. Señala a qué cuadrante pertenecen los siguientes ángulos negativos:

1.  $-45^\circ$
2.  $-120^\circ$
3.  $-200^\circ$
4.  $-320^\circ$
5.  $-390^\circ$
6.  $-456^\circ$
7.  $-580^\circ$
8.  $-640^\circ$

Ejercicio 16. Sin la ayuda de la calculadora, indica los valores de las siguientes razones trigonométricas:

1.  $\text{sen}150^\circ$
2.  $\text{cos}225^\circ$
3.  $\text{tg}315^\circ$
4.  $\text{sen}(-60^\circ)$
5.  $\text{sen}120^\circ$
6.  $\text{sen}225^\circ$
7.  $\text{sen}300^\circ$
8.  $\text{cos}150^\circ$
9.  $\text{cos}135^\circ$
10.  $\text{cos}210^\circ$
11.  $\text{tg}300^\circ$
12.  $\text{tg}1305^\circ$
13.  $\text{tg}150^\circ$

Ejercicio 17. Indica la medida de todos los ángulos  $\alpha$  que verifican que:

1.  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2}$
2.  $\operatorname{cos} \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
3.  $\operatorname{cos} \alpha = 0$
4.  $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
5.  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$
6.  $\operatorname{tg} \alpha = 1$

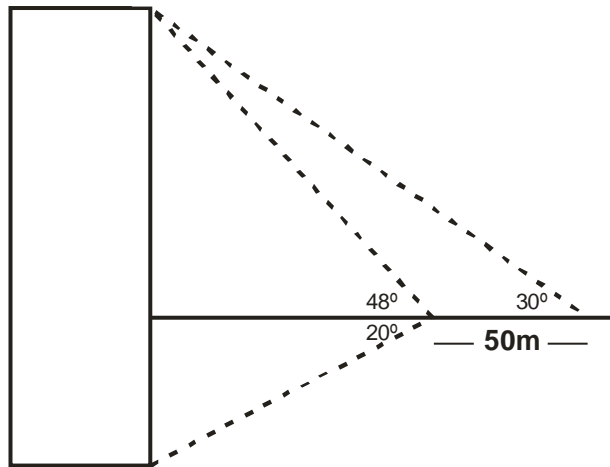
---

### UNIDAD 11. TRIGONOMETRÍA 2. PROBLEMAS MÉTRICOS.

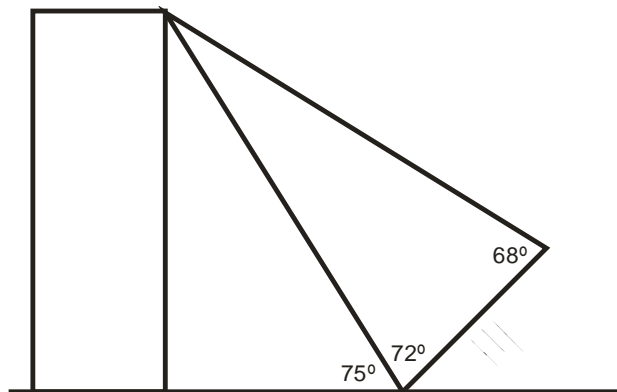
---

1. Desde donde se encuentra Isa, puede observar una torre con un ángulo de elevación de  $32^\circ$ . Si Isa avanza 40 metros en dirección a la torre, la observa con un ángulo de  $70^\circ$ .
  - a) Calcula la altura de la torre si la estatura de Isa es de 1,65 metros
  - b) ¿A qué distancia de la torre estaba Isa inicialmente?
2. Diego, que está situado al oeste de una emisora de radio, observa que su ángulo de elevación es de  $45^\circ$ . Camina 12 metros hacia la antena y comprueba que el ángulo de elevación es ahora de  $60^\circ$ . Calcula la altura de la antena.
3. Una escalera está apoyada sobre la pared formando un ángulo sobre la horizontal de  $47^\circ$ . Si la apoyamos un metro más cerca de la pared, el ángulo que forma con la horizontal es de  $64^\circ$ . ¿Cuál es la longitud de la escalera?
4. Desde una cierta distancia se ve un edificio con un ángulo de  $68^\circ$ . ¿Con qué ángulo se verá el mismo edificio si nos alejamos de manera que estemos al doble de distancia?
5. En un rectángulo de lados 8 cm. y 12 cm. y de vértices A, B, C y D, dibujamos dos puntos M y N sobre su diagonal AC, de forma que los segmentos MB y ND sean perpendiculares a dicha diagonal. Halla la distancia entre M y N
6. Una persona que está situada al lado de un árbol proyecta una sombra de 66 cm. mientras que la sombra del árbol mide 2,3 m. Sabiendo que la persona mide 1,78 m. halla la altura del árbol.

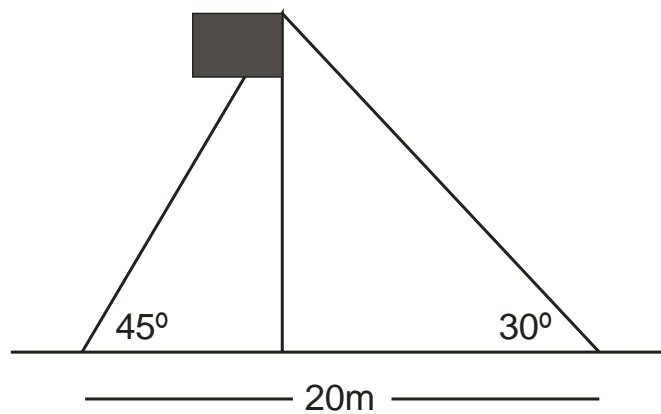
7. Calcula la altura de la torre a partir del siguiente esquema:



8. Calcula la altura de la torre según el siguiente esquema:



9. Calcula la altura del mástil de la bandera según el siguiente dibujo:



10. Calcula la altura del pedestal y de la estatua sabiendo que el hombre mide 1,78m:

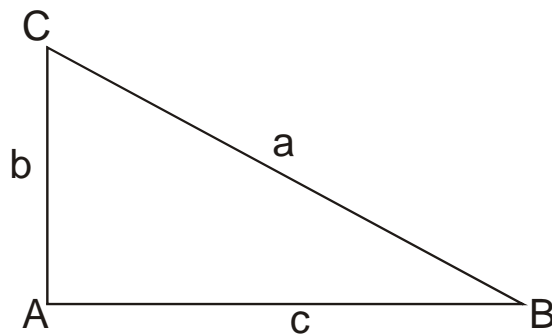
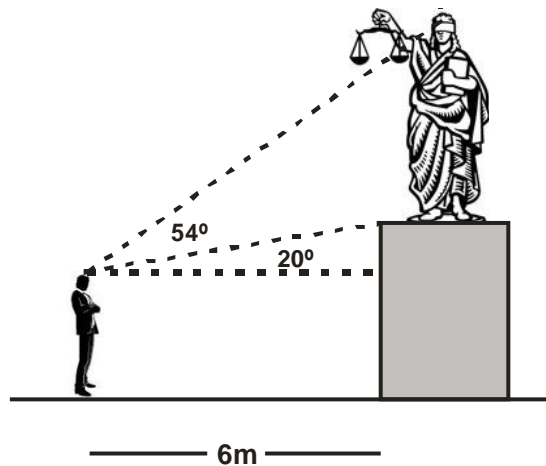
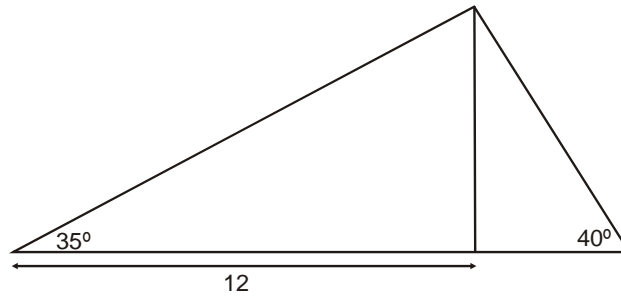


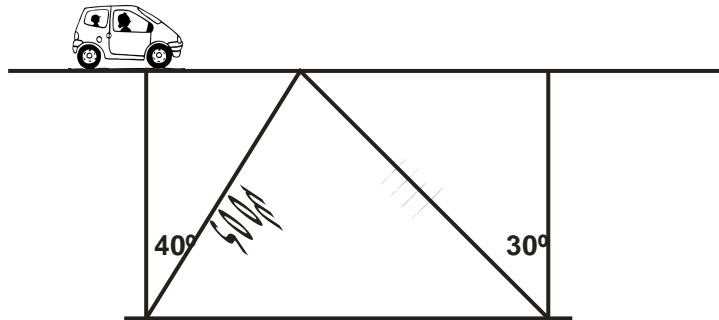
figura 1

11. Resuelve el triángulo de la figura 1 si conocemos los siguientes datos:
- $a = 2; b = 3$
  - $C = 35^\circ; c = 8$
  - $a = 5; c = 10$
  - $a = 10; B = 48^\circ$
  - $b = 8; B = 75^\circ$
12. Dos amigos tratan de averiguar cuánto mide una torre. Para ello uno se coloca a una cierta distancia de la torre y la ve con un ángulo de elevación de  $67^\circ$ . El otro se coloca 15 metros más atrás y la ve con un ángulo de  $39^\circ$ . Calcula las distancias de cada uno a la torre y la altura de esta.
13. Halla los tres lados y ángulos de este triángulo:

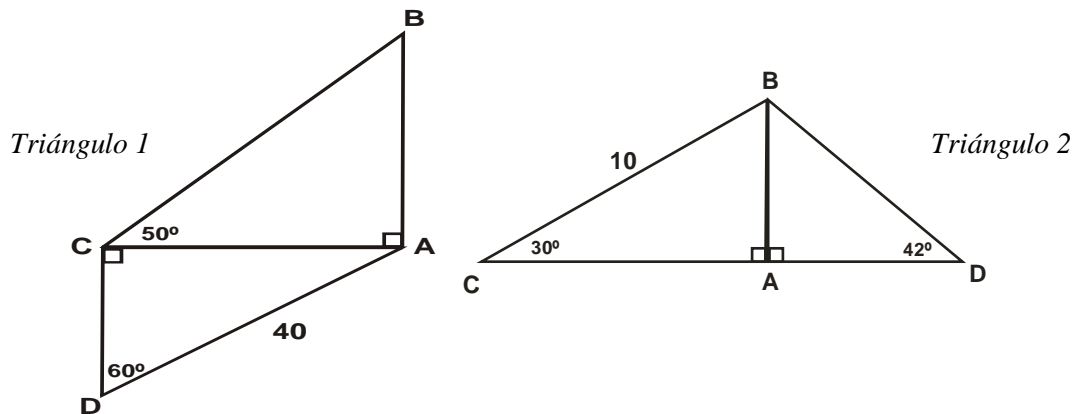


14. Se quiere medir la altura de un poste, para ello una persona se coloca a su derecha y ve el poste con un ángulo de elevación de  $48^\circ$ . La otra persona se coloca a la izquierda del poste y lo ve con un ángulo de  $29^\circ$ . Entre ambas personas hay una distancia de 35 metros. Calcula la altura del poste y la distancia de cada persona a este.
15. Marco ha salido para volar su cometa. Suelta 5 metros de hilo y ve la cometa con un ángulo de elevación de  $28^\circ$ . Si Marco mide 1,65 metros, calcula la altura a la que se encuentra la cometa.

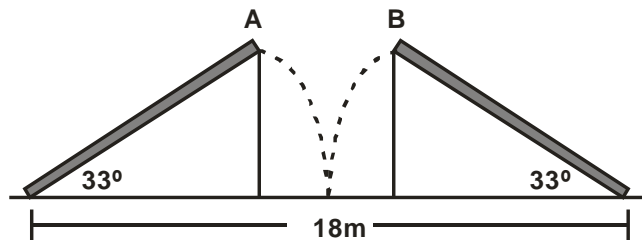
16. Se ha construido un puente sobre un río. A partir de la ilustración, calcula:
- Anchura del puente
  - Altura del puente



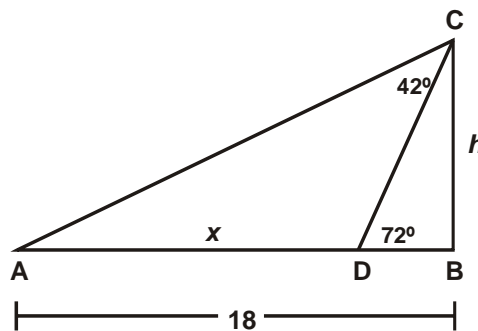
17. Hallar todos los elementos que faltan de estos conjuntos de triángulos rectángulos:



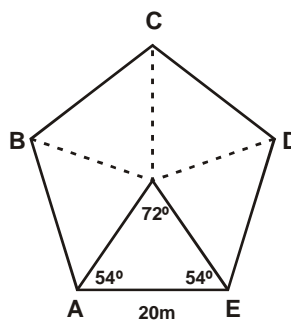
18. Dos puentes levadizos tienen la misma longitud y están elevados  $33^\circ$ , ¿qué distancia separa los puntos A y B?



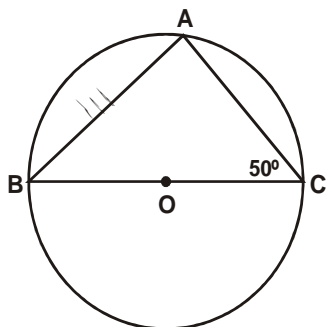
19. En el gráfico siguiente calcular el valor de  $x$  y  $h$ :



20. Calcula el área de un pentágono regular de 20 metros de lado



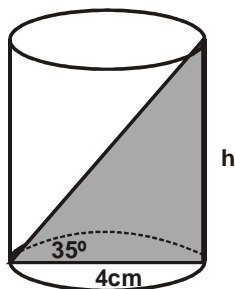
21. Halla la longitud de la circunferencia de la figura:



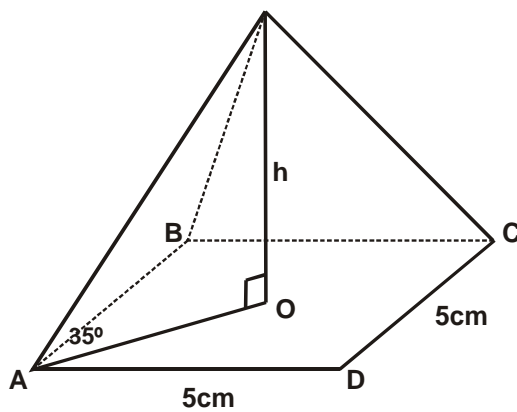
► Recuerda: la longitud de una circunferencia es:

$$L = \text{diámetro} \cdot \pi$$

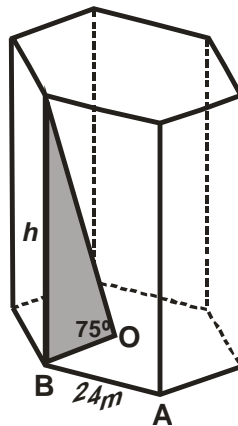
22. Calcula el volumen del vaso cilíndrico que muestra la figura:



23. Calcula el volumen de la siguiente pirámide cuadrangular:



24. Calcula el área lateral de la siguiente figura:



---

## UNIDAD 12. FUNCIONES POLINÓMICAS

---

Ejercicio 1. Indica si las siguientes funciones son lineales o afines. E indica en cada caso cuál es su pendiente y su crecimiento o decrecimiento.

1.  $y = 4x + 3$
2.  $y = 7x$
3.  $y = \frac{4}{3}x$
4.  $y = 3x + \frac{3}{2}$
5.  $y = \frac{3}{x}$
6.  $y = -\frac{5}{x}$

Ejercicio 2. Representa gráficamente las siguientes funciones:

1.  $y = -3x$
2.  $y = 4x$
3.  $y = -2x$
4.  $y = \frac{2}{3}x$
5.  $y = -\frac{x}{4}$
6.  $y = \frac{5}{6}x$
7.  $y = -\frac{5}{4}x$

Ejercicio 3. Representa gráficamente las siguientes funciones:



1.  $y = -2x + \frac{2}{3}$

2.  $y = \frac{3}{2}x + 4$

3.  $y = 5x + \frac{1}{5}$

4.  $y = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$

5.  $y = \frac{5}{6} - \frac{8}{7}x$

Ejercicio 4. Representa gráficamente las siguientes rectas:

1.  $y = 4$

2.  $y = -1$

3.  $y = 3$

4.  $y = -\frac{1}{2}$

Ejercicio 5. Representa gráficamente las siguientes rectas:

1.  $x = 3$

2.  $x = -4$

3.  $x = -\frac{5}{6}$

4.  $x = -1$

Ejercicio 6. Determina las coordenadas del punto de corte de las rectas determinadas por los pares de ecuaciones siguientes:

1.  $y = 2$  y  $x = 3$

2.  $y = -1$  y  $x = 4$

3.  $y = 0$  y  $x = -3$

4.  $y = 8$  y  $x = -2$

Ejercicio 7. Halla la ecuación de la recta:

1. Paralela al eje X y pasa por P (2,4)

2. Paralela al eje Y y pasa por P (-2,-3)

Ejercicio 8. Determina la ecuación de la recta que pasa por los siguientes puntos:

1. A (6,1) y B (9,3)

2. A (0,-1) y B (4,0)

3. A (6,-3) y B (-4,2)

4. A (4,2) y B (1,3)

5. A (-2,-1) y B (5,2)

Ejercicio 9. Calcula la ecuación de la recta que es paralela a la que pasa por los puntos A (3,5) y B (4,1) y pasa, a su vez, por C (2,3)

Ejercicio 10. Determina la posición relativa de estas parejas de rectas:

1. 
$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$$

2. 
$$\begin{cases} y = -3x \\ y = -3x + 6 \end{cases}$$

3. 
$$\begin{cases} y = x + 3 \\ y = x \end{cases}$$

4. 
$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = -\frac{x}{2} + 3 \end{cases}$$

Ejercicio 11. Halla el punto de corte de las rectas:

1. 
$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = 5x \end{cases}$$

2. 
$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = 5x - 2 \end{cases}$$

3. 
$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x + 3 \end{cases}$$

Ejercicio 12. Escribe tres rectas secantes, tres perpendiculares y tres paralelas a las siguientes rectas:

1.  $y = x - 4$

2.  $y = 7x + 3$

3.  $y = x + 6$

4.  $y = -3$

Ejercicio 13. Sin hallar su ecuación, ¿Cuál es la pendiente de la función que pasa por (2,3) y (5,-3)?

Ejercicio 14. Escribe la ecuación de la función paralela a  $y = -7x + 1$  que tiene la misma ordenada en el origen que  $y = 4x - \frac{1}{3}$

Ejercicio 15. En cada caso, halla la ecuación de la función que pasa por el punto  $P$  y tiene de pendiente  $m$ :

1.  $P(2,3); m = -2$
2.  $P\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{5}\right); m = -1$
3.  $P(-3,3); m = 0$
4.  $P(1,4); m = 3$
5.  $P(-2,2); m = \frac{1}{2}$
6.  $P(0,0); m = -1$

Ejercicio 16. Escribe la ecuación de cada una de estas rectas y represéntalas:

- a) Pasa por A(7,2) y B(-1,3)
- b) Pasa por P(1/2, 4)
- c) Pasa por el punto Q(2,3) y su ordenada en el origen es 5
- d) Pasa por el punto R(2,6) y es paralela a la que pasa por los puntos T(1,1) y S(2,2)
- e) Pasa por el punto de corte con el eje X de la función  $y = 3x-2$  y es paralela a la función que pasa por los puntos A(2,3) y B(3,2)

Ejercicio 17. Representa las siguientes funciones según el método indicado:

- a)  $y = 2x+2$ ; calculando los puntos de corte con los ejes
- b)  $3x+2y=0$ ; calculando dos puntos
- c)  $4x-4y=2$ ; calculando los puntos de corte con los ejes
- d)  $5x-2y+1=0$ ; calculando los puntos de corte con los ejes
- e)  $2x-7y=5$ ; calculando dos puntos
- f)  $7x-3y-2=0$ ; calculando dos puntos

Ejercicio 18. Escribe la ecuación de dos rectas que sean paralelas y que pasen por A (1,2) y B (4,5) respectivamente.

Ejercicio 19. Representa las siguientes rectas en los mismos ejes de coordenadas:

- a)  $y = 2$
- b)  $x = 2$
- c)  $x = -2$
- d)  $y = -2$
- e) ¿Qué figura geométrica se forma?
- f) ¿Cuál es el área de dicha figura?

Ejercicio 20. Determina si los puntos A (2,3), B (1,2) y C (4,0) están alineados.

Ejercicio 21. ¿Pertenece el punto P (2,3) a la recta de ecuación  $y = 2x-1$ ? ¿Por qué?

Ejercicio 22. Determina el valor de m para que la recta  $y = (2m - 1)x + 2$  pase por el punto A (-3,2)

Ejercicio 23. Representa gráficamente las rectas dadas por las ecuaciones siguientes:

1.  $x = (0,3) + t(1,1)$
2.  $x = (4,7) + t(1,0)$

Ejercicio 24. A continuación se dan las ecuaciones de cuatro rectas:

$$\begin{aligned} r_1 : x &= (3, -1) + t(2, 0) & r_2 : x &= t(1, 5) \\ r_3 : x &= (6, 4) + t(0, -3) & r_4 : x &= t(1, 0) \end{aligned}$$

Indica cuáles de ellas:

- a) Son paralelas al eje OX.
- b) Son paralelas al eje OY.
- c) Pasan por el origen de coordenadas.

Ejercicio 25. Averigua si los puntos  $A(2,1)$ ,  $B(-1,-4)$  y  $C(1,-1)$  pertenecen a la recta de ecuaciones:

$$\begin{cases} x = t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$$

Ejercicio 26. Halla la ecuación continua de la recta que pasa por los puntos  $(1,3)$  y  $(2,5)$

Ejercicio 27. Dados los puntos  $A(-3,-1)$ ,  $B(4,5)$  y  $C(3,2)$ . Halla la ecuación continua de las rectas que pasan por los siguientes puntos:

- a)  $A$  y  $B$
- b)  $B$  y  $C$
- c)  $C$  y  $A$

Ejercicio 28. Halla la pendiente de las siguientes rectas:

- a)  $(x, y) = (5, 2) + t(1, 4)$
- b)  $\begin{cases} x = 7t \\ y = 5 - 2t \end{cases}$

Ejercicio 29. Halla los valores de  $p$  y  $q$  para que la recta  $r$  pase por el punto  $A(2,3)$  y tenga pendiente 2.

$$r : (2 + p)x - (3 - q)y + p + 14 = 0$$

Ejercicio 30. Expresa las siguientes ecuaciones en forma general:

- a)  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3}$
- b)  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2t \end{cases}$

Ejercicio 31. Halla el valor que debe tomar  $k$  para que el punto  $A(3, k)$  pertenezca a la recta determinada por los puntos  $B(-3,4)$  y  $C(0,5)$

Ejercicio 32. Halla las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto  $A(-3,1)$  y tiene la misma dirección que la recta siguiente:

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$$

Ejercicio 33. Escribe las ecuaciones vectorial, continua, general, explícita y punto-pendiente de las rectas cuyas ecuaciones paramétricas son las siguientes:

a)  $\begin{cases} x = 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$

Ejercicio 34. Dada la recta de ecuación  $3x - ky + 5 = 0$ , calcula el valor de  $k$  para que:

- Tenga pendiente 0,5.
- Su ordenada en el origen sea -1.
- Pase por el punto  $P(-2, 7)$ .

Ejercicio 35. Estudia la posición relativa de las siguientes rectas dependiendo de los valores de  $a$  y  $b$ :

$$r : y = 3x + 1 \qquad s : y = ax + b$$

Ejercicio 36. Sean las rectas dadas por las ecuaciones siguientes:

$$r : x + 5y - 1 = 0 \qquad s : 3x - y + 1 = 0$$

- Comprueba que son secantes.
- Halla el punto de intersección.
- Halla la ecuación general de la recta que pasa por el punto  $A(-1, 2)$  y por el punto de intersección de  $r$  y  $s$ .

Ejercicio 37. Estudia la posición relativa de las siguientes rectas dependiendo de los valores de  $a$  y  $b$ .

$$r : 2x - 3y + 7 = 0 \qquad s : y = ax - 2b$$

Ejercicio 38. Calcula el valor que debe tomar  $k$  para que las siguientes rectas sean paralelas:

$$r : 2x - 3y + 5 = 0 \qquad s : y - 1 = kx$$

Ejercicio 39. Halla la ecuación de la recta que es paralela a la recta  $5x + y - 2 = 0$  y pasa por el punto de intersección de las siguientes rectas:

$$r : 2x - 3y - 4 = 0 \qquad s : 3x - y + 1 = 0$$

Ejercicio 40. Representa gráficamente las siguientes parábolas:

- $y = x^2 + 6x - 1$
- $y = \frac{5}{3}x^2 + 2$
- $y = -x^2 + 8x$
- $y = 3x^2 + 4x - 2$
- $y = x^2 + 6x - 7$
- $y = 4x^2 - 1$
- $y = 16x^2 - 24x + 9$

h)  $y = -x^2 + 3x + 10$

i)  $y = 9x^2 - 6x + 1$

Ejercicio 41. La parábola  $y = x^2 + bx + c$  pasa por los puntos  $A(2,3)$  y  $B(-1,1)$ . Halla  $b$  y  $c$ .

Ejercicio 42. Halla la ecuación de la parábola que tenga su vértice en el punto  $V(1, -2)$  y pase por el punto  $P(0, -3)$

Ejercicio 43. Dada la parábola  $y = x^2 - 2x - 3$ . Dibuja su gráfica

Ejercicio 44. Halla la ecuación de la parábola que pasa por el origen de coordenadas y por los puntos  $A(2,2)$  y  $B(-1, -7)$

Ejercicio 45. La parábola  $y = x^2 + bx + c$  corta al eje X en el punto  $A(4,0)$  y tiene como eje de simetría la recta  $x = 1$ .

- ¿En qué otro punto corta al eje X?
- Halla la ecuación de la parábola
- ¿Cuáles son las coordenadas del vértice?
- ¿En qué punto corta al eje Y?

Ejercicio 46. La gráfica de la función  $y = \frac{1}{2}x^2 - x + c$  corta al eje Y en el punto  $(0,-4)$ . Calcula  $c$  y representa la función.

Ejercicio 47. Calcula  $a$  para que la gráfica de  $y = a(x - 1)(x - 3)$  pase por el punto  $(2,-2)$ . Después representa la función.

Ejercicio 48. Halla el valor que debe tener  $b$  para que la parábola  $y = x^2 + bx$  tenga su vértice en  $x=1$ .

Ejercicio 49. Representa gráficamente las siguientes parábolas:

- $y = 4x^2 - 3$
- $y = x^2 + 3$
- $y = 2 - x^2$
- $y = (x + 2)^2$
- $y = -(x - 3)^2$
- $y = x^2 - 3$
- $y = -4x^2 + 1$
- $y = (x - 1)^2 - 2$
- $y = (x + 2)^2 - 3$

- j)  $y = 2(x - 3)^2 + 1$
- k)  $y = 4(x + 5)^2$
- l)  $y = 4(x - 1)^2 + 2$
- m)  $y = 2(x - 3)^2 + 2$
- n)  $y = 4(x + 3)^2 - 1$
- o)  $y = (x + 7)^2 - 2$
- p)  $y = -3(x - 1)^2 + 5$

---

**UNIDAD 13. FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA. FUNCIONES RACIONALES.**

---

Ejercicio 1. Haz el estudio de las siguientes funciones y represéntalas gráficamente:

- 1)  $y = \frac{1}{x} - 2$
- 2)  $y = \frac{4}{x} + 1$
- 3)  $y = -\frac{1}{x}$
- 4)  $y = \frac{1}{x-2}$
- 5)  $y = \frac{1}{x+4}$
- 6)  $y = \frac{1}{x-1}$
- 7)  $y = \frac{4}{x+1}$
- 8)  $y = \frac{1}{x} + 2$
- 9)  $y = \frac{1}{x+3}$
- 10)  $y = \frac{1}{x} - 3$
- 11)  $y = \frac{1}{x-4}$
- 12)  $y = \frac{5}{x-1}$
- 13)  $y = \frac{1}{x+7}$
- 14)  $y = \frac{6}{x} + 2$
- 15)  $y = \frac{5}{x} - 3$
- 16)  $y = \frac{-5}{x-3} + 2$

$$17) y = \frac{1}{x+1} + 7$$

$$18) y = \frac{1}{x-2} - 3$$

$$19) y = \frac{-15}{x+2} - 6$$

$$20) y = \frac{10}{x+4} + 2$$

$$21) y = \frac{5}{x} + 2$$

$$22) y = \frac{7}{x-4} + 2$$

#### UNIDAD 14. FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

---

Ejercicio 1. Calcula los valores que toman las funciones  $f$  y  $g$  para  $x = -2$ ,  $x = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  y  $x = 2$ .

$$f(x) = 3^x \qquad g(x) = 7^x$$

Ejercicio 2. Representa gráficamente las funciones  $f(x) = 4^x$  y  $g(x) = 9^x$ . ¿Cuál crece más rápido? ¿Por qué?

Ejercicio 3. A partir de la gráfica de la función  $y = 2^x$ , dibuja las gráficas de las funciones:

a)  $f(x) = 2^x + 3$

b)  $g(x) = 2^{x+2}$

Ejercicio 4. Obtén, sin la calculadora, los valores que toman las funciones  $f$  y  $g$  para  $x = -2$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$  y  $x = 2$ :

$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x \qquad g(x) = 3^{-x}$$

Ejercicio 5. Obtén, sin la calculadora, los valores que toman las funciones  $f$  y  $g$  para  $x = -2$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$  y  $x = 2$ :

$$f(x) = 7^{-x} \qquad g(x) = 10^{-x}$$

Ejercicio 6. Estudia y representa gráficamente las siguientes funciones:

a)  $y = 4^{-x}$

b)  $y = 12^{-x}$

Ejercicio 7. A partir de la gráfica de  $y = 5^{-x}$ , representa las funciones siguientes:

a)  $f(x) = 5^{-x+2}$



- b)  $g(x) = 5^{-x} - 2$
- c)  $h(x) = 5^{-x+3} + 4$

Ejercicio 8. Estudia y representa gráficamente las siguientes funciones:

- a)  $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$
- b)  $g(x) = 3^{-x}$

Ejercicio 9. Una persona ingresa en un banco 2000 euros a un interés anual del 3%. Si no retira el capital ni los intereses, ¿qué capital tendrá al final del quinto año?

Ejercicio 10. Realiza una gráfica que muestre el capital que se iría generando a lo largo del tiempo al colocar 5000 euros en un banco al 4% de interés compuesto.

Ejercicio 11. Un bosque tarda aproximadamente 20 años en duplicar la cantidad de madera que produce. Escribe la fórmula que expresa la cantidad de madera producida al cabo de  $t$  años.

Ejercicio 12. Un cubito de hielo de 2 centímetros cúbicos se introduce en una bebida. Cada minuto que pasa, el 10% de su volumen se transforma en agua líquida. ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que se derrita la mitad del cubito de hielo?

Ejercicio 13. Desde el momento en que se compra un automóvil, su valor de deprecia a razón de un 20% anual. Si hoy compramos un coche cuyo valor es de 30.000 euros:

- a) ¿En cuánto estará valorado al cabo de un año?
- b) ¿Y al cabo de dos años?
- c) ¿Y al cabo de tres años y medio?
- d) Escribe la fórmula de la función que relaciona el valor en euros del coche con el tiempo en años transcurrido desde su compra.

Ejercicio 14. Sin utilizar la calculadora, halla los valores que toma la función

$$f(x) = \log_2 x \text{ para } x = 1 \text{ y } x = 32.$$

Ejercicio 15. Estudia y representa las siguientes funciones:

- a)  $f(x) = \log_5 x$
- b)  $g(x) = \log_3 x$

Ejercicio 16. A partir de la gráfica de la función  $y = \log_2 x$ , representa la gráfica de las funciones siguientes:

- a)  $f(x) = \log_2(x+1)$
- b)  $g(x) = \log_2(x-1)$

Ejercicio 17. Halla, sin utilizar la calculadora, los valores que toman las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a)  $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$  en  $x = \frac{1}{27}$ ,  $x = 1$  y  $x = \sqrt[3]{9}$

b)  $g(x) = \log_{0,5} x$  en  $x = \frac{1}{16}$ ,  $x = \sqrt[3]{2}$  y  $x = 4$

Ejercicio 18. Estudia y representa gráficamente las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \log_{0,25} x$

b)  $g(x) = \log_{0,75} x$

Ejercicio 19. La superficie de un bosque aumenta un 3,5% al año. ¿Cuánto tardará un bosque en duplicarse?

Ejercicio 20. La tasa de crecimiento anual de la población de una ciudad es del 4%. ¿Cuántos años tienen que pasar para que la población se triplique?

Ejercicio 21. Rosa introduce un termómetro en el interior de un horno apagado, y este marca una temperatura de 15 °C. Las instrucciones del horno indican que su temperatura aumenta un 40% cada minuto que transcurre desde el encendido:

a) ¿Cuánto tardará el horno en alcanzar la temperatura de 184 °C?

b) ¿Qué función nos permite obtener el tiempo que debe estar encendido el horno para alcanzar una temperatura determinada?

Ejercicio 22. La superficie de bosque del planeta está decreciendo a razón de un 2% anual. ¿Cuánto años pasarán hasta que dicha superficie represente el 65% de la actual?

Ejercicio 23. En los últimos años, el precio de un producto ha descendido a razón de un 4% anual. Si actualmente el precio es de 25 euros:

a) ¿Cuánto costaba hace 3 años?

b) Halla la fórmula que expresa el tiempo transcurrido en función del precio del producto.

Ejercicio 24. Comprueba que las funciones  $f(x) = 10^x$  y  $g(x) = \log x$  son recíprocas.

Ejercicio 25. Obtén las funciones recíprocas de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = -x + 2$

b)  $g(x) = \frac{x}{2} + 5$

c)  $h(x) = \log_5 x$

d)  $k(x) = 3^x$

Ejercicio 26. Para llenar un depósito se abre un grifo que arroja un caudal de 10 litros por minuto:

- ¿Cuál es la función que representa los litros que hay en el depósito en función del tiempo transcurrido?
- ¿Cuál es la función recíproca de la obtenida en el apartado anterior? ¿Qué representa?

Ejercicio 27. Una población de parásitos se reproduce duplicando su número cada día. Considerando que todos viven y que inicialmente hay un único parásito:

- Escribe la función que representa el número de parásitos en función de los días transcurridos.
- Obtén su recíproca e indica qué representa.

### UNIDAD 15. ESTADÍSTICA UNIDIMENSIONAL

---

Ejercicio 1. Los siguientes datos se han obtenido al preguntar a 50 alumnos de secundaria sobre el número de veces que han ido al cine durante el último mes. Elabora la tabla de frecuencias.

1	2	0	1	1	2	3	2	1	1
0	2	2	3	0	0	2	2	0	0
1	2	0	4	1	2	3	1	0	3
0	0	2	2	0	3	2	1	1	2
1	2	3	3	4	0	1	1	0	1

Ejercicio 2. El número de hermanos de los alumnos de una clase es el siguiente:

0 1 0 0 3 2 1 4 0 0 1 1 2 0 1

1 2 0 1 1 2 1 3 0 0 2 1 2 3 5

- Efectúa el recuento.
- Elabora una tabla de frecuencias completa.
- Dibuja un diagrama de barras con frecuencias absolutas acumuladas y un polígono de frecuencias absolutas.
- ¿Qué porcentaje de alumnos son hijos únicos?
- ¿Cuántos alumnos tienen más de un hermano?

Ejercicio 3. El número de goles metidos por partido por un cierto equipo es el siguiente:

0 1 0 2 3 2 1 3 0 0 1 0 3 0 1

1 0 0 1 1 2 1 2 0 1 2 1 5 3 5

- Elabora una tabla de frecuencias completa.
- Calcula la moda, la media de goles por partido.
- ¿Qué porcentaje de partidos han metido al menos un gol?
- ¿Cuántos partidos han jugado?
- Haz una representación gráfica.

Ejercicio 4. En una encuesta sobre vivienda se pregunta, entre otras cosas, cuántas personas viven en la casa, obteniéndose las siguientes respuestas:

4 4 8 1 3 2 1 3 4 2 2 7 0 3 8 0 1 5 6 4

3 3 4 5 6 8 6 2 5 3 3 5 4 6 2 0 4 3 6 1

- Elabora una tabla en la que se recojan las cuatro frecuencias.
- ¿Cuántas viviendas fueron objeto de estudio? ¿En cuántas de ellas no vive nadie?
- ¿Qué porcentaje de viviendas está ocupado por más de cinco personas?
- Dibuja un diagrama de barras con frecuencias absolutas acumuladas y un polígono de frecuencias absolutas.

Ejercicio 5. En un estudio estadístico sobre el número de horas que duran 12 pilas de una determinada marca se obtuvieron los siguientes datos:

10, 12, 12, 11, 12, 10, 13, 11, 13, 11, 13, 9

- Agrupar los datos en una tabla de frecuencias y porcentajes.
- Representar los datos en un diagrama de barras y en un diagrama de sectores.

Ejercicio 6. Se ha lanzado un dado 20 veces y se han obtenido los siguientes resultados:

3, 4, 5, 2, 1, 4, 6, 1, 3, 2,

5, 5, 3, 2, 4, 4, 1, 2, 5, 6

- Construir la tabla de frecuencias.
- Representar los datos con un diagrama de barras y un diagrama de sectores.
- ¿Cuál ha sido la puntuación media obtenida?

Ejercicio 7. El número de libros leídos por un grupo de lectores a lo largo de un mes viene dado por la siguiente tabla:

Nº de libros	1	2	3	4	5	6	7
Nº de personas	5	12	18	11	7	4	1

- a) Elabora una tabla de frecuencias completa
- b) Calcula la media aritmética, la mediana y la moda
- c) Calcula los cuartiles y el rango
- d) Calcula la varianza y la desviación típica
- e) Calcula el coeficiente de variación

Ejercicio 8. Estas son las edades de los niños que acuden al servicio de urgencias de un hospital pediátrico:

Edad (años)	[0-2)	[2-4)	[4-6)	[6-8)	[8-10)
Nº de niños	12	8	5	7	3

- a) Elabora una tabla de frecuencias completa
- b) Calcula la media aritmética, la mediana y la moda
- c) Calcula los cuartiles y el rango
- d) Calcula la varianza y la desviación típica
- e) Calcula el coeficiente de variación

Ejercicio 9. Las llamadas telefónicas de una empresa un día dado han tenido la siguiente duración, en segundos:

120	131	142	157	15	27	94	57	62	12	49	58
149	210	120	131	97	84	61	32	15	7	21	32
238	210	48	56	138	24	64	31	23	58	69	13
234	66	54	214	156	179	231	204	147	32	15	7
64	124	56	73	114	169	201	134	62	93	42	58

- a) Agrupa los datos en 8 clases y elabora una tabla de frecuencias completa
- b) Calcula la media aritmética, la mediana y la moda
- c) Calcula los cuartiles y el rango
- d) Calcula la varianza y la desviación típica
- e) Calcula el coeficiente de variación

Ejercicio 10. Las puntuaciones de dos patinadoras artísticas son las siguientes:

Patinadora A	5,1	5,2	5,3	5,4	5,3	5,4	5,5	5,6	5,3
Patinadora B	5,2	5,3	5,3	5,4	5,3	5,2	5,3	5,3	5,2

¿Cuál de las dos tiene las puntuaciones más concentradas?

## UNIDAD 16. TÉCNICAS DE RECUENTO

Ejercicio 1. Calcula los siguientes números factoriales:

- a.  $1!$
- b.  $4!$
- c.  $5!$
- d.  $10!$

Ejercicio 2. Simplifica las siguientes expresiones:

- a.  $\frac{10!}{7! \cdot 3!}$
- b.  $\frac{15!}{13!}$
- c.  $\frac{12!}{9! \cdot 3!}$
- d.  $\frac{(x+5)!}{(x+3)!}$
- e.  $\frac{(x+3)!}{(x+1)!}$
- f.  $\frac{(x+1)!}{(x-1)!}$

Ejercicio 3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a.  $P_n = 42 \cdot P_{n-2}$
- b.  $P_x = P_3 - 2P_x$
- c.  $P_{x+1} = 18 \cdot P_x$
- d.  $42P_x = 7P_{x+1}$

Ejercicio 4. Alberto debe hacer algunas tareas del hogar. Tiene que fregar los platos, limpiar los cristales de las ventanas del salón, planchar, fregar el suelo de la cocina y aspirar su habitación. ¿De cuántas formas distintas puede hacerlo dependiendo del orden?

Ejercicio 5. En la habitación de Mercedes hay 10 CD fuera de sus cajas. Como tiene mucha prisa, al guardarlos no mira si las cajas en donde los coloca son las correctas:

- a. ¿De cuántas formas distintas puede guardarlos?
- b. ¿En cuántas de esas formas la colocación es correcta, es decir, cada CD va a su caja?

Ejercicio 6. En una clase de Educación Física, el profesor dice a un grupo de ocho alumnos que se pongan en fila para saltar el potro. ¿De cuántas formas pueden colocarse los alumnos?

Ejercicio 7. Cuando saltan al terreno de juego los 11 jugadores de un equipo de fútbol, estos se colocan en fila. La única condición que deben cumplir es que el capitán debe colocarse junto al árbitro. ¿De cuántas formas pueden colocarse?

Ejercicio 8. Calcula:

- a.  $V_{4,1}$
- b.  $V_{5,4}$
- c.  $V_{8,3}$
- d.  $V_{7,5}$
- e.  $V_{4,6}$
- f.  $V_{1,9}$

Ejercicio 9. Calcula:

- a.  $V_{4,2} + V_{5,2}$
- b.  $\frac{V_{6,3} - V_{6,2}}{V_{5,2}}$
- c.  $V_{10,3} - V_{8,2}$
- d.  $\frac{V_{6,2} - V_{5,2}}{V_{4,2}}$

Ejercicio 10. Halla el valor de x e y:

- a.  $V_{x,y} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$
- b.  $V_{x,y} = (n+1) \cdot n \cdot (n-1)$

Ejercicio 11. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a.  $V_{x,4} = 12 \cdot V_{x,2}$
- b.  $V_{x,4} = 20 \cdot V_{x,2}$
- c.  $V_{x,1} + V_{x,2} + V_{x,3} = 26x$
- d.  $V_{x,5} = 6 \cdot V_{x,3}$

Ejercicio 12. Con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5, ¿cuántos números de tres cifras diferentes se pueden formar?

Ejercicio 13. En una carrera de los Juegos Olímpicos participan ocho atletas. ¿De cuántas maneras se pueden repartir las tres medallas?

Ejercicio 14. El director de un colegio tiene que asignar los cargos de jefe de estudios, jefe de estudios adjunto y secretario entre los 55 profesores que forman el claustro. ¿De cuántas formas lo puede hacer?

Ejercicio 15. En un colegio van a representar una obra de teatro en la que intervienen 6 personajes distintos. Para otorgar estos papeles se realiza un casting en el que participan 15 alumnos. ¿De cuántas maneras distintas se pueden otorgar los papeles?

Ejercicio 16. Calcula:

- a.  $VR_{5,1}$
- b.  $VR_{5,3}$
- c.  $VR_{4,6}$
- d.  $VR_{2,8}$

Ejercicio 17. Calcula:

- a.  $VR_{6,2} - VR_{3,2}$
- b.  $\frac{VR_{6,5} - VR_{6,2}}{VR_{5,2}}$
- c.  $VR_{10,3} - VR_{8,2}$
- d.  $\frac{VR_{8,2} - VR_{6,2}}{VR_{4,2}}$

Ejercicio 18. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a.  $VR_{x,2} + 3VR_{x-1,2} = 73$
- b.  $VR_{x,2} = 5VR_{5,3}$
- c.  $VR_{x,2} + 5VR_{x-2,2} = 244$

Ejercicio 19. Con las cifras 6, 7, 8 y 9:

- a. ¿Cuántos números de seis cifras se pueden formar?
- b. ¿Cuántos terminan en siete?
- c. ¿Cuántos son impares?

Ejercicio 20. Si se lanza una moneda 3 veces:

- a. ¿Cuántos resultados se pueden obtener?
- b. ¿Y si se lanza 5 veces?
- c. ¿Y si se lanza  $n$  veces?

Ejercicio 21. En un examen, una pregunta consiste en responder si 10 afirmaciones son verdaderas o falsas. ¿De cuántas maneras distintas se puede responder?

Ejercicio 22. Calcula:

- a.  $C_{5,1}$
- b.  $C_{5,4}$



- c.  $C_{7,3}$
- d.  $C_{10,8}$

Ejercicio 23. Calcula:

- a.  $C_{6,2} - C_{3,2}$
- b.  $C_{4,3} - C_{2,2}$
- c.  $C_{5,2} - 3 \cdot C_{6,3}$
- d.  $C_{8,2} - C_{6,2}$

Ejercicio 24. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a.  $C_{x,3} = C_{x,2}$
- b.  $C_{2x,3} = 2C_{2x-1,3}$
- c.  $1 + x + C_{x,2} + C_{x,3} = 26$

Ejercicio 25. Comprueba que se cumplen las siguientes propiedades:

- a.  $\binom{5}{5} = \binom{5}{0} = 1$
- b.  $\binom{7}{3} = \binom{7}{4}$
- c.  $\binom{8}{4} + \binom{8}{5} = \binom{9}{5}$

Ejercicio 26. Calcula las siguientes sumas:

- a.  $\binom{1}{0} + \binom{1}{1}$
- b.  $\binom{2}{0} + \binom{2}{1} + \binom{2}{2}$
- c.  $\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}$

---

## UNIDAD 17. PROBABILIDAD.

---

Ejercicio 1. En una urna tenemos 8 bolas rojas, 4 amarillas y 1 verde. Si extraemos una bola al azar y anotamos su color, ¿cuál es el espacio muestral?

Ejercicio 2. Jaime lanza 2 dados y, después, suma la puntuación de este experimento. ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?

Ejercicio 3. Se lanza un dado de 12 caras numeradas del 1 al 12 y se consideran los sucesos:

- A: “salir número par”
- B: “salir número impar”
- C: “salir múltiplo de 3”
- D: “salir múltiplo de 5”
- F: “salir número mayor que 5”
- G: “salir número menor que 4”

- a. Escribe dichos sucesos
- b. Señala los pares de sucesos que son incompatibles
- c. ¿Hay tres sucesos que sean incompatibles?

Ejercicio 4. Considera el lanzamiento de 4 monedas:

- a. Escribe el siguiente suceso A: “obtener al menos una cara”
- b. Escribe el siguiente suceso B: “obtener una sola cara”
- c. Halla  $A \cup B$
- d. Halla  $A \cap B$
- e. Halla  $\overline{A}$
- f. Halla  $\overline{B}$

Ejercicio 5. En el experimento aleatorio que consiste en lanzar un dado y una moneda, considerando el suceso A: “sacar divisor de 6 en el dado y cara en la moneda”, calcula el suceso contrario de A.

Ejercicio 6. Juan y Ana juegan a lanzar un dado. Ana gana si saca un número par o mayor que 4, y Juan gana cuando es impar y menor que 3. Describe esta situación en términos de experimentos aleatorios y sucesos.

Ejercicio 7. Si extraemos 2 cartas de una baraja española, un suceso imposible es:

- a. “sacar 2 cartas de oros”
- b. “sacar 2 cartas del mismo palo”
- c. “sacar 2 cartas de distinto palo”
- d. “sacar 2 figuras iguales del mismo palo”

Ejercicio 8. Determina la probabilidad de que al extraer al azar una carta de una baraja española:

- a. Sea un caballo
- b. No sea un caballo
- c. Sea de espadas
- d. No sea de espadas

Ejercicio 9. De una baraja española extraemos una carta. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a. Sacar un caballo
- b. Una figura
- c. Una carta de oros
- d. Una sota que no sea de copas

Ejercicio 10. En una caja hay 5 bolas amarillas y 7 bolas rojas. Calcula la probabilidad de sacar:

- a. Una bola amarilla
- b. Una bola roja

Ejercicio 11. Se lanzan dos dados y se suman sus puntos. Halla la probabilidad de que la suma sea:

- a. 3
- b. Mayor que 10
- c. 7
- d. 4 ó 5

Ejercicio 12. De una baraja española se extrae una carta. Obtén la probabilidad de que sea:

- a. Espadas
- b. Espadas y rey
- c. Sota u oros
- d. Distinta a una figura

Ejercicio 13. Una urna tiene 4 bolas blancas, 2 rojas y 5 negras. Calcula la probabilidad de sacar una bola:

- a. Blanca
- b. Roja
- c. Blanca o negra

Ejercicio 14. Elegida una persona al azar, calcula la probabilidad de que la última cifra de su DNI sea:

- a. El 8
- b. Un número par
- c. Un múltiplo de 4
- d. Un número primo

Ejercicio 15. Se elige al azar una carta de la baraja española de 40 cartas. Halla la probabilidad de que la carta:

- a. Sea un rey
- b. No sea un rey
- c. Sea una copa
- d. Sea el rey de copas
- e. Sea un rey o una copa
- f. Sea un rey y no sea una copa

Ejercicio 16. En una caja hay 2 bolas negras, 4 azules y 3 verdes. Calcula la probabilidad de que al extraer una bola al azar:

- a. Sea negra
- b. Sea negra o azul
- c. No sea roja
- d. Sea roja
- e. No sea azul
- f. Sea azul y negra

Ejercicio 17. Se lanza un dado y se consideran estos sucesos

- A: "sacar un número par"
- B: "sacar un número menor que 3"
- C: "sacar un 5"

Forma los siguientes sucesos y halla su probabilidad:

- a.  $A \cup B$
- b.  $A \cap B$
- c.  $A \cup B \cup C$
- d.  $B \cup C$
- e.  $A \cap C$
- f.  $A \cap (B \cup C)$

Ejercicio 18. Sean A y B dos sucesos tales que  $P(A) = 0,3$  y  $P(B) = 0,2$ ; ¿es posible que  $P(A \cup B) = 0,6$ ?

Ejercicio 19. ¿Puede ocurrir que  $P(M) = 0,4$ ,  $P(N) = 0,6$ ,  $P(M \cup N) = 0,7$  y  $P(M \cap N) = 0,2$ ?

Ejercicio 20. Si A y B son sucesos incompatibles tales que  $P(A \cup B) = 1$ , ¿Cómo son A y B?

Ejercicio 21. Calcula la probabilidad de que, al sacar sucesivamente dos cartas de una baraja española, las dos sean caballo:

- a. Si se devuelve al mazo la primera
- b. Si no se devuelve

Ejercicio 22. Una bolsa contiene 4 bolas rojas, 3 azules y 2 verdes. Se extraen, sin devolución, 2 bolas de la bolsa. Calcula la probabilidad de que:

- a. Las dos bolas extraídas sean rojas
- b. Ninguna bola extraída sea verde

Ejercicio 23. Se lanza una moneda 3 veces consecutivamente. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a. Sacar 3 cruces
- b. Obtener al menos una cara

Ejercicio 24. En una urna hay 5 bolas blancas y 4 negras. Se saca una bola y, sin devolverla a la urna, se saca otra. Calcula la probabilidad de que:

- a. Sean de distinto color
- b. Ambas sean blancas
- c. Sean del mismo color
- d. Sean de distinto color, considerando que ha habido devolución a la urna de la bola extraída.

Ejercicio 25. En un grupo de 100 personas, el 40% son hombres; el 30% personas mayores de edad, y el 20% son chicos menores de edad. Se elige una persona al azar:

- a. Calcula la probabilidad de que sea mujer.
- b. Calcula la probabilidad de que sea hombre mayor de edad.
- c. Sabiendo que es un menor de edad, calcula la probabilidad de que sea una chica.

Ejercicio 26. La probabilidad de esperar menos de 5 minutos en la parada del autobús es 0,65.

- Calcula la probabilidad de esperar menos de 5 minutos durante tres días seguidos.
- Calcula la probabilidad de que, en al menos uno de los tres días observados, se tenga que esperar más de 5 minutos.

Ejercicio 27. Una bolsa contiene 2 bolas blancas y 3 verdes; una segunda bolsa contiene 1 bola blanca y 2 verdes y una tercera bolsa contiene 1 bola de cada color.

Se lanza un dado y, si sale el 1, se elige una bola de la primera bolsa. Si sale un número primero, se elige una bola de la segunda bolsa, y en otro caso, se elige de la tercera.

¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?

Ejercicio 28. Una bolsa contiene 2 bolas blancas, 3 verdes y 1 roja, y otra contiene 3 bolas blancas, 2 verdes y 1 roja.

Se lanza una moneda al azar y, si sale cara, se elige la primera bolsa; si sale cruz, la segunda.

Si sacamos una bola de la bolsa elegida, ¿qué probabilidad hay de que sea verde?

Ejercicio 29. Una bolsa contiene 3 bolas negras y 2 azules, y otra contiene 3 bolas negras y 1 azul. Se elige al azar una de las bolsas y se sacan 2 bolas con reemplazamiento. Calcula la probabilidad de que:

- Las 2 sean negras.
- Las 2 sean azules.
- Sean de diferente color.

Ejercicio 30. Un gato persigue a un ratón. En su huida, el ratón se encuentra con 3 caminos diferentes y con la misma probabilidad de elegirlos. Si se mete en el primer camino, la probabilidad de que el ratón se salve es del 30%; en el segundo camino existe una trampa por la que cabe el ratón, pero no el gato; y por último, el tercer camino es un callejón sin salida.

Calcula la probabilidad de que el gato no cace al ratón.

Ejercicio 31. Pedro llega de noche a su casa. En su bolsillo tiene 2 llaveros iguales; en uno están la llave de su casa y la de la oficina y en el otro, la llave del coche, la del garaje y otra de su casa. En el momento en que mete la mano en el bolsillo se apaga la luz y decide elegir al azar uno de los llaveros y, de este, una de las llaves.

¿Cuál es la probabilidad de que la llave elegida abra la puerta de la casa?

Ejercicio 32. En una universidad, el 55% de los estudiantes son alumnas. El 45% del total de personas que están matriculadas cursan una carrera experimental.

De la gente que cursa carrera no experimental, el 55% son chicos.

- Se elige al azar un estudiante. ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica y estudie una carrera experimental?
- Se elige al azar un estudiante que resulta ser chico. ¿Cuál es la probabilidad de que estudie una carrera experimental?

Ejercicio 33. Se ha construido un dado de forma que el 5 y el 6 tienen el doble de probabilidad que cualquiera de las otras caras. Halla la probabilidad de:

- a. Obtener cada una de las caras.
- b. Obtener un número mayor o igual que 3.
- c. Obtener un número menor que 3.

Ejercicio 34. Una bolsa contiene 12 bolas blancas, 10 negras y una verde. Se lanza una moneda y, si sale cara, se añade una bola verde a la bolsa, pero si sale cruz, se añaden dos negras. Finalmente, se extraen dos bolas. Calcula las siguientes probabilidades:

- a. Las dos bolas son blancas y la extracción se ha realizado con reemplazamiento.
- b. Las dos bolas son de diferente color y la extracción se ha realizado sin reemplazamiento.

Ejercicio 35. Se lanza una moneda al aire y, si sale cara, se saca al azar una carta de una baraja española completa; si sale cruz, se saca una carta de una baraja que solo contiene las 12 figuras.

- a. Calcula la probabilidad de obtener finalmente el caballo de bastos.
- b. Calcula la probabilidad de obtener una carta.